

التمرين رقم 1 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R}^+ كما يلي:

$$f(x) = \frac{2x^{\frac{1}{2}}}{2+x^{\frac{3}{2}}}$$

ليكن (C) المنحنى الممثل لها في م.م.م (O, \vec{i}, \vec{j}) .

(1) أ- بين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ و أول النتيجة هندسيا.

(2) أ- بين أنه من أجل $x > 0$ لدينا :

$$f'(x) = 2 \cdot \frac{1-x^{\frac{3}{2}}}{x^{\frac{1}{2}} \left(2+x^{\frac{3}{2}}\right)^2}$$

ب- استنتج تغيرات الدالة f ثم ضع جدول تغيراتها.

(3) ارسم (C) (تحديد نقطة الإنعطاف التي يقبلها (C) غير مطلوب)

(4) ليكن g قصور الدالة f على المجال $I = [1, +\infty[$.

أ- بين أن الدالة تقابل من I نحو J مجال يجب تحديده.

ب- أحسب العدد المشتق للدالة g^{-1} في النقطة $g(4)$.

ج- ارسم منحنى g^{-1} في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

(5) نعتبر المتتالية العددية المعرفة كمايلي :

$$\forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_n = \frac{2\sqrt{n}}{2+n\sqrt{n}}$$

أ- بين أنه لكل n من \mathbb{N}^* لدينا: $0 < u_n < \frac{2}{3}$

ب- أثبت أن المتتالية (u_n) تناقصية و استنتج أنها متقاربة.

ج- حدد نهاية (u_n) .

التمرين رقم 2 :

نعتبر التطبيق φ من $\mathbb{C} - \{-1\}$ إلى \mathbb{C} المعرفة بما يلي

$$\varphi(z) = \frac{i.z-1}{(z+1)^2}$$

(I) حل المعادلة: $\varphi(z) = z$

علما أن إحدى حلولها تخيلي صرفا.

(II) نفترض في هذا السؤال أن: $|z| = 1$

(1) نضع: $\varphi(z) = Z$

أ- برهن على أن: $\bar{Z} = i.z.Z$

ب- استنتج أنه إذا كان Z حقيقيا فإنه منعدما.

(2) نضع: $z = \cos(\theta) + i.\sin(\theta)$ $\theta \in \left] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right[$

أ- تأكد من أن :

$$1 + \sin(\theta) = 2 \cdot \cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right)$$

$$\cos(\theta) = 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right)$$

ب- أكتب العددين $i.z-1$ و $z+1$ على الشكل المثلثي .
ج- استنتج كتابة Z على الشكل المثلثي .

التمرين رقم 3 :

الفضاء E منسوب لمعلم منظم $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

1- أوجد معادلة للمستوى (P) في كل من الحالات التالية :

a- (P) مار من $A(2,3,4)$ و عمودي على $\vec{u}(1,-2,5)$.

b- (P) متعامد مع المستويين (Q) و (R) اللذين

معادلتها: $(R): x + 2y - z + 1 = 0$

$(Q): 3x - y + 2z - 4 = 0$

c- (P) يمر من النقطتين $A(-1,2,1)$ و $A(3,1,-2)$ و

عمودي على المستوى (Q) ذي المعادلة :

$$3x - y + 2z = 0$$

d- (P) يمر من النقطة $A(3,0,-1)$ و (P) عمودي على

المستوى (Q) الذي معادلته: $(Q): x + y - 3z = 0$.

و يوازي المستقيم (D) ذا التمثيل البارامترى:

$$\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 2t \\ z = 1 + 4t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

e- (P) يتضمن المستقيم (D) ذا التمثيل البارامترى:

$$(D) \begin{cases} x = 3t \\ y = -2t \\ z = 1 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

و متعامد مع المستوى (Q) ذي المعادلة:

$$4x - 5y + z - 1 = 0$$

f- (P) عمودي على المستوى (Q) ذي المعادلة

$2x - y + 4z = 0$ و يتضمن المستقيم (D) ذا المعادلتين.

$$\begin{cases} x + 2y - z + 1 = 0 \\ 3x + 4y - 2z + 5 = 0 \end{cases}$$

التمرين رقم 3 :

في الفضاء المنسوب إلى م.م.م $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

نعتبر النقطة $A(-3,0,2)$ و الفلكة (S) المعرفة بالمعادلة

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4z + 1 = 0$$

(1) حدد مركز وشعاع الفلكة (S) .

(2) بين أن المستقيم (D) المعروف بنظام المعادلتين

الديكارتيين: $\begin{cases} x = -3 \\ 4y - 3z + 6 = 0 \end{cases}$ مماس للفلكة (S)

(3) أثبت أن المستوى (P) المعروف بالمعادلة

$$3y + 4z + 2 = 0$$

عمودي على المستقيم (D) في النقطة $B\left(-3, -\frac{6}{5}, \frac{2}{5}\right)$

مماس للفلكة (S) .

(4) حدد معادلة ديكرتية للمستوى (Q) الموازي لقطعا

للمستوى (P) و المماس للفلكة (S) .