الأستاذ : علي الشريف نيابة الخميسات	فرض منزلي رقم 2 الدورة الأولى	قسم : الثانية باكالوريا ع.ت ثانوية المختار السوسي – المعازيز-

التمرين رقم 1 :

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n + 8}{2u_n + 1} \; ; n \in IN \end{cases}$$

1) أحسب $u_3 \; ; u_2 \; ; u_1$

2) نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $\left]-\frac{1}{2} ; +\infty\right[$ بما يلي : $f(x) = \dfrac{x+8}{2x+1}$

أ – أنشئ المنحنى (ζ_f) و المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$: في م.م.م $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$.

ب – بآستعمال المنحنى (ζ_f) و المستقيم (Δ) أنشئ نقط المحور $(O ; \vec{i})$ ذات الأفاصيل $u_3 \; ; u_2 \; ; u_1 \; ; u_0$

ج – كيف يمكن معرفة نهاية المتتالية (u_n) عندما تكون متقاربة ؟

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة بما يلي :

$$v_n = \frac{u_n - 2}{u_n + 2} \; ; n \in IN$$

أ – أحسب $v_1 \; ; v_0$

ب – بين أن (v_n) متتالية هندسية محددا أساسها .

ج – حدد نهاية المتتالية (v_n) .

4) أ – حدد u_n بدلالة n .

ب – حدد نهاية المتتالية (u_n) .

التمرين رقم 2 :

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{1}{u_n}\left(u_n^2 - 3u_n + 9\right) \\ u_0 = \dfrac{10}{3} \end{cases} \; ; n \in IN$$

1) أحسب u_1

2) بين أن : $\forall\, n \in IN : u_n \rangle 3$

3) أ – بين أن المتتالية (u_n) تناقصية

و أنه : $\forall\, n \in IN : \; 3 \langle u_n \le \dfrac{10}{3}$

ب – آستنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة .

4) أ – بين أن $\forall\, n \in IN : u_{n+1} - 3 \le \dfrac{1}{3}(u_n - 3)$

ب – آستنتج أن $\forall\, n \in IN : 0 \langle u_n - 3 \le \left(\dfrac{1}{3}\right)^{n+1}$

ج – حدد نهاية المتتالية (u_n) .

التمرين رقم 3 :

نعتبر العدد العقدي الذي يرمز له ب j و المعرف بما يلي :

$$j = -\frac{1}{2} + i.\frac{\sqrt{3}}{2}$$

1) حدد معيار و عمدة j .

2) أحسب j^2 و $\bar{j}$ و $1 + j + j^2$.

3) بين أن j حل للمعادلة : $Z^2 + Z + 1 = 0$

4) نعتبر المستوى منسوب إلى م.م.م $(O ; \vec{u} ; \vec{v})$

بين أن النقط A و B و C التي ألحاقها 1 و j و j^2 على التوالي هي رؤوس مثلث متساوي الأضلاع .

5) لتكن a و b و c أعداد حقيقية . بين أن :

$$a + b.j + c.j^2 = 0 \Leftrightarrow a - c = (c - b).j$$

و

$$(a+b+c)(aj^2+bj+c)(aj+bj^2+c) = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

6) بين أنه لكل Z_1 و Z_2 من C :

$$Z_1^3 + Z_2^3 = (Z_1 + Z_2)(Z_1 j + Z_2 j^2)(Z_1 j^2 + Z_2 j)$$

التمرين رقم 4 :

نعتبر في C الحدودية :

$$P(z) = z^3 - (1 - 2\sin(\alpha)).z^2 + (1 - 2\sin(\alpha)).z - 1$$

حيث : $\alpha \in [0 ; \pi]$

1) أ – أحسب $P(1)$.

ب – حدد الاعداد الحقيقية a و b و c بحيث :

$$P(z) = (z - 1)(a.z^2 + b.z + c)$$

ج- حل في C المعادلة : $(E) : P(z) = 0$

نرمز لحلول المعادلة (E) ب z_1 و z_2 و z_3 بحيث $z_1 = 1$ و $\operatorname{Im}(z_2) = \cos(\alpha)$

2) أ – حدد معيار و عمدة لكل من z_1 و z_2 و z_3 .

ب – حدد قيم العدد α التي من أجلها تكون الأعداد $|z_2 + 1|$ و $|z_1|$ و $|z_3 - 1|$ في هذا الترتيب حدود متتالية هنسية .

3) في المستوى العقدي المنسوب إلى م.م.م $(O ; \vec{u} ; \vec{v})$

نعتبر النقط $M_1(z_1)$ و $M_2(z_2)$ و $A(-3 - i)$

نضع : $\overrightarrow{AM} = 2.\overrightarrow{OI}$

حيث I منتصف القطعة $[M_1 M_2]$.

أ – حدد إحداثيات النقطة M .

ب – بين أنه عندما تتغير α في المجال $[0 ; \pi]$, النقطة M تتغير على دائرة يتم تحديدها .