

التمرين رقم 1 :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2}{x-1} e^x, x < 0 \\ f(x) = \frac{x^2}{2} - x \ln x, x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

- (1) بين أن الدالة f متصلة في $x_0 = 0$.
(2) بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.
(3) أ- حدد الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.
ب- بين أن $\Delta: y = x + 2$ مقارب ل (C_f) بجوار $-\infty$.
(4) ادرس اشتقاق f في $x_0 = 0$ (- و +) ثم أول النتيجتين هندسيا .

(5) بين أن : $f'(x) = \frac{e^x}{(x-1)^2} (x^2 - 3x + 1)$: $\forall x \in]-\infty; 0[$

- بين أن : $f'(x) = x - 1 - \ln x$: $\forall x \in]0; +\infty[$
(6) أ- أ حسب $f''(x)$ لكل x من $]0; +\infty[$.

ب- ادرس إشارة $f''(x)$ على $]0; +\infty[$ و استنتج جدول تغيرات الدالة f' على $]0; +\infty[$.

ج- استنتج إشارة f'(x) على المجال $]0; +\infty[$.

د- بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف I أفصولها موجب قطاعا و حدد معادلة المماس ل (C_f) في النقطة I .

(7) ضع جدول تغيرات الدالة f .

(8) أنشئ المنحنى (C_f) (تأخذ : $\|j\| = \|i\| = 1 \text{cm}$)

التمرين رقم 2 :

(I) g دالة العددية معرفة ب : $g(x) = \frac{x+1}{x} + \ln|x|$

- (1) حدد D_g ثم أ حسب نهايات الدالة g عند محداث D_g .
(2) احسب $g'(x)$ على D_g ثم اعط جدول تغيرات الدالة g
(3) احسب $g(-1)$ و استنتج إشارة g(x) لكل x من D_g .

(II) f دالة العددية معرفة ب : $\begin{cases} f(x) = (x+1)\ln(-x), x < 0 \\ f(0) = 0 \\ f(x) = e^{(2-2x)+\ln x}, x > 0 \end{cases}$

(1) ادرس اتصال الدالة f على اليمين في $x_0 = 0$.

(2) ادرس اشتقاق f يمين $x_0 = 0$ و أول هندسيا النتيجة .
(3) أ- أ حسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x), \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

ب- ادرس الفروع الأنهاية للمنحنى (C_f) .

(4) أ حسب $f'(x)$ لكل x من \mathbb{R}^* و ادرس إشارتها .

ب- أعط جدول تغيرات الدالة f .

(5) أ- أعط معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة A ذات الأفصول 1 .

ب- أنشئ المنحنى (C_f) (نقبل أن A نقطة انعطاف

المنحنى (C_f)).

التمرين رقم 3 :

نعبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بمايلي :

$$f(x) = \frac{4\sqrt{e^{2x}-1}}{e^{2x}+2}$$

ليكن (C_f) منحنى الدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

(1) أ- حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .

ب- حدد نهايات الدالة f عند محداث D_f .

(2) أ- تحقق من أنه لكل x من $D_f - \{0\}$ لدينا :

$$\frac{\sqrt{e^{2x}-1}}{x} = \sqrt{\frac{e^{2x}-1}{2x}} \times \frac{2}{x}$$

ب- ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين في $x_0 = 0$.

أول هندسيا النتيجة المحصل عليها .

(3) أ- بين أن :

$$\forall x \in D_f - \{0\} \quad f'(x) = \frac{4(4 - e^{2x})e^{2x}}{(2 + e^{2x})\sqrt{e^{2x} - 1}}$$

ب- اعط جدول تغيرات الدالة f .

(4) أنشئ المنحنى (C_f) .

التمرين رقم 4 :

نعبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بمايلي :

$$\begin{cases} f(x) = (x-1)e^{\frac{1}{x-1}}, x < 1 \\ f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{x}, x \geq 1 \end{cases}$$

ليكن (C_f) منحنى الدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

(1) أ- أ حسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب- بين أن الدالة f متصلة في $x_0 = 1$.

(2) أ- ادرس قابلية اشتقاق الدالة f في $x_0 = 1$.

ب- بين أن لكل x من $] -\infty, 1[$:

$$f'(x) = \frac{x-2}{x-1} e^{\frac{1}{x-1}}$$

ج- تحقق من أن f دالة تزايدية قطاعا على $]1, +\infty[$.

د- اعط جدول تغيرات الدالة f .

(3) أ- تحقق من أن المستقيم (D) ذا المعادلة : $y = x - 1$

مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ ثم ادرس الوضع

النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (D) على $]1, +\infty[$.

ب- بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - x = 0$ و أول النتيجة هندسيا .

(4) انشئ المنحنى (C_f) .

(تحديد نقط الإنعطاف غير مطلوب و تقبل أن (C_f) يوجد

تحت مقاربه على $] -\infty, 1[$).