

التمرين الأول: (3.5 ن)

نعتبر في C الحدودية: $f(z) = z^3 - 2(\sqrt{3} + i)z^2 + 4(1 + i\sqrt{3})z - 8i$
(1) بين أن المعادلة: $f(z) = 0$ تقبل حلا تخيليا صرفا و حدده . 0,5

(2) أ- حدد العددين العقد بين b و c بحيث: $f(z) = (z - 2i)(z^2 + bz + c)$ 0,5
ب- حل في C المعادلة $f(z) = 0$ 0,75

ج- أكتب حلول المعادلة $f(z) = 0$ على أشكالها المثلثية. 0,75

(3) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$

نعتبر النقط $M_3(\sqrt{3}-i)$ $M_2(\sqrt{3}+i)$ $M_1(2i)$

أ- بين أن M_1 و M_2 و M_3 تنتمي إلى دائرة مركزها O . 0,5

ب- بين أن الرباعي $OM_1M_2M_3$ معين. 0,5

التمرين الثاني: (3 ن)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر (O, i, j, k) . نعتبر النقط

$$C \begin{pmatrix} 2 \\ a \\ 2 \end{pmatrix} \quad B \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad A \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(1) حدد معادلة ديكارنية للفلكة التي احد اقطارها $[AB]$ 0,5

(2) أ- حدد تمثيلا باراميتريا للمستقيم (AC) 0,5

ب- حدد تقاطع (AC) والفلكة S 0,5

(3) أ- حدد معادلة ديكارنية للمستوى (P) المار من C و $\vec{n}(1,1,1)$ منظمية عليه 0,25

ب- بين أن (P) و S يتقاطعان وفق دائرة يجب تحديد مركزها وشعاعها 0,75

(4) نعتبر المسقيم (Δ) ذي التمثيل البارميتري التالي:

$$\begin{cases} X = t \\ Y = 2 - t \\ Z = -1 + t \end{cases} ; (t \in \mathbb{R})$$

بين أن (Δ) مماس للفلكة S 0,5

التمرين الثالث: (4.5 ن)

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة كما يلي:

$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_1 = 1 \\ U_{n+2} = 5/2 U_{n+1} - U_n ; n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

نضع

$$n \in \mathbb{N} ; W_n = 2U_{n+1} - U_n \quad V_n = U_{n+1} - 2U_n$$

(1) أ- بين أن (V_n) و (W_n) هندسيتين محددتا اساس كل واحدة منهما 1

ب- عبر عن (V_n) و (W_n) بدلالة n 1

ج- استنتج U_n بدلالة n 0,5

(2) احسب نهايات كل من (V_n) و (W_n) و (U_n) 1,5

(3) احسب بدلالة n المجموع التالي: $S_n = \sum_{i=0}^n U_i$ 0,5

التمرين الرابع: (9 ن)

A - نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على \mathbb{R} كما يلي:

$$g(x) = e^{-2x} + 2x - 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$$

و

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$$

1- أحسب

0,5

2- أ أحسب: $g'(x)$ لكل x من \mathbb{R}

0,5

ب- أنشئ جدول تغيرات g

0,5

ج- استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

0,5

B - نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على \mathbb{R} كما يلي:

$$f(x) = x + 2 + (x - 1)e^{2x}$$

1- أحسب

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

و

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

0,5

2-

1

أ- بين أن: $f'(x) = g(x)e^{2x}$ ($\forall x \in \mathbb{R}$)

ب- أنشئ جدول تغيرات f

0,5

3- أ- بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y = x + 2$ مقارب مائل لمنحنى الدالة f بجوار $-\infty$

0,5

ب- ادرس الفرع اللانهائي للمنحنى C بجوار $+\infty$

0,5

4- ادرس وضع C بالنسبة للمستقيم (D)

0,5

5- بين C يقطع محور الأفاصيل في نقطة وحيدة افصولها α بحيث $-2 < \alpha < -1$

0,5

6- أنشئ C

1

7- أ- بين أن القصور g للدالة f على المجال $I = [0, +\infty[$ تقبل دالة عكسية g^{-1} يجب تحديد مجموعة

0,5

تعريفها .

ب- أنشئ في نفس المعلم المنحنى C' الممثل للدالة g^{-1}

0,5

8- احسب مساحة الحيز المحصور بين محور الأرتيبب والمعادلتين $x = 1$ و $y = x + 2$

1