

تمارين حول الجداء السلمي

تمرين 1

1- أحسب $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$ في الحالتين التاليتين

أ- $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{3}$ $AC = 6$ $AB = 2$

ب- $\widehat{BAC} = \frac{2\pi}{3}$ $AC = 4$ $AB = 5$

2- أحسب \widehat{BAC} علما أن $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = 12$ $AC = 6$ $AB = 2\sqrt{2}$

تمرين 2

لتكن \vec{u} و \vec{v} متجهتين و $\vec{u} = \overline{OA}$ و $\vec{v} = \overline{OB}$ و θ قياس $[AOB]$

1- نعتبر $\|\vec{u}\| = 3$; $\|\vec{v}\| = 5$ ، أحسب $\vec{u} \cdot \vec{v}$ في الحالات التالية

(a) $\theta = \frac{\pi}{6}$; (b) $\theta = \frac{2\pi}{3}$; (c) $\theta = \pi$

2- حدد θ في الحالات التالية

أ- $\|\vec{u}\| = 3$; $\|\vec{v}\| = 4$; $\vec{u} \cdot \vec{v} = 6\sqrt{3}$

ب- $\|\vec{u}\| = \sqrt{3}$; $\|\vec{v}\| = \sqrt{2}$; $\vec{u} \cdot \vec{v} = -\sqrt{3}$

تمرين 3

$ABCD$ متوازي الأضلاع حيث $AB = 4$; $AC = 2$

أحسب $\overline{AD} \cdot \overline{CB}$ $\overline{AB} \cdot \overline{DC}$

تمرين 4

ليكن ABC مثلثا متساوي الساقين في الرأس A حيث $BC = 6$

أحسب $\overline{BC} \cdot \overline{BA}$

تمرين 5

1- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{-1}{2}$ $\|\vec{v}\| = 3$ $\|\vec{u}\| = 2$

أحسب $(2\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} + 4\vec{v})$

$(2\vec{u} - \vec{v}) \cdot (2\vec{u} + \vec{v})$

$(3\vec{u} + \vec{v})^2$

2- $\|\vec{u} + \vec{v}\| = \sqrt{10}$ $\|\vec{v}\| = \sqrt{3}$ $\|\vec{u}\| = 2$

أحسب $\vec{u} \cdot \vec{v}$

3- $\vec{u} \perp \vec{v}$ $\|\vec{v}\| = 3$ $\|\vec{u}\| = 2$

أحسب $(-2\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} + 4\vec{v})$

تمرين 6

ليكن ABC مثلثا حيث $AB = 1$ و $CB = CA = \sqrt{2}$ و D نقطة حيث $\overline{DB} - 2\overline{DC} = \vec{0}$ و I منتصف $[AB]$

1- أ- عبر عن \overline{AD} بدلالة \overline{AB} و \overline{AC}

ب- بين أن $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = \overline{AB} \cdot \overline{AI}$

ج- استنتج أن $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = \frac{1}{2}$ واستنتج $\cos \widehat{BAC}$

ج- أحسب $\overline{AB} \cdot \overline{AD}$ واستنتج طبيعة BAD

2- نعتبر M حيث $-3\overline{MA} + 7\overline{MC} = \vec{0}$

أ- عبر عن \overline{AM} بدلالة \overline{AC}

ب- أحسب $\overline{AC} \cdot \overline{AD}$

ج- بين أن $(MD) \perp (AC)$

تمرين 7

ليكن ABC مثلثا.

$$\overline{MA} \cdot \overline{BC} + \overline{MB} \cdot \overline{CA} + \overline{MC} \cdot \overline{AB} = 0 \quad \text{بين مهما كانت } M \text{ من المستوى}$$

تمرين 8

ليكن ABC مثلثا حيث $AB = 3$ و $CB = \sqrt{37}$ و $CA = 4$

1- أحسب $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$ و \widehat{BAC}

2- أحسب أطوال متوسطات المثلث ABC

تمرين 9

ليكن $ABCD$ رباعيا و I و J منتصفا $[AC]$ و $[BD]$

$$\text{أثبت أن } AB^2 + BC^2 + CD^2 + AD^2 = AC^2 + BD^2 + 4IJ^2$$

تمرين 10

ليكن ABC مثلثا حيث $AB = 1$ و $AC = \sqrt{2}$ و $CB = 2$

1-أ- أحسب \widehat{BAC}

ب- أحسب $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$

2- ليكن I منتصف $[BC]$.

حدد AI

3- لتكن D نقطة حيث $\overline{DB} + 2\overline{DC} = \vec{0}$

أحسب $\overline{AB} \cdot \overline{AD}$ استنتج طبيعة المثلث ABD

تمرين 11

ليكن ABC مثلثا حيث $CB = 2$ و $AC = \sqrt{3}$ و $\widehat{C} = \frac{\pi}{6}$

1- أحسب AB ثم حدد \widehat{A}

2- H المسقط العمودي لـ A على (BC)

بين أن $AH^2 + \overline{BH} \cdot \overline{CH} = 0$

3- أ- أحسب BH و CH

استنتج أن $3\overline{HB} + \overline{HC} = \vec{0}$

ب- بين أن $3MB^2 + MC^2 = 4MH^2 + 3$ لكل نقطة M من المستوى

4- أوجد مجموعة النقط M حيث $3MB^2 + MC^2 = 6$

تمرين 12

ليكن ABC مثلثا قائم الزاوية في C حيث $CB = 3$ و $AC = 1$ و J نقطة

من $[BC]$ و D من $[AB]$ حيث AJD متساوي الأضلاع. و لتكن K المسقط العمودي لـ J على (AB)

1- تحقق أن $\overline{BK} \cdot \overline{BA} = \overline{BJ} \cdot \overline{BC}$

2- استنتج أن $AB^2 - \frac{1}{2}AB \times AJ = BJ \times BC$

3- نضع $x = JC$. أثبت أن x حل للمعادلة $13x^2 + 12x - 3 = 0$ ثم حدد JC

تمرين 13

ليكن ABC مثلثا متساوي الساقين رأسه A بحيث $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = 16$ و $\widehat{BAC} = \frac{1}{4}$

1- بين أن $AB = 8$ ثم أحسب BC

2- لتكن I نقطة حيث $\overline{BI} = \frac{3}{4}\overline{BA}$

أ- أحسب $\overline{BI} \cdot \overline{BA}$

ب- ليكن (Δ) المستقيم المار من I و العمودي على (AB)

بين أن $\overline{MB} \cdot \overline{AB} = 48$ لكل نقطة M من (Δ)

تمرين 14

ليكن ABC مثلثا حيث $AB = 3$ و $AC = 4$ و $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{3}$ و H المسقط العمودي لـ C على (AB) .

1- بين أن $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 6$ و استنتج قيمة $AB \times AH$

2- لتكن M نقطة حيث $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

أ- بين أن $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = 24$

ب- أثبت أن $AM = 2\sqrt{19}$

ت- استنتج قيمة $\cos \widehat{BAM}$

تمرين 15

ليكن ABO مثلثا متساوي الساقين رأسه A ، و C و D صورتي A و B بالتماثل المركزي ذي المركزي O على التوالي.

1- أنشئ شكلا

2- باستعمال مبرهنة المتوسط، أثبت أن $AD^2 = AB^2 + \frac{1}{2}BD^2$

3- أثبت أن $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DB} = \frac{3}{4}DB^2$

4- نفترض أن $AB = \sqrt{10}$ و $BD = 4$

أ- أحسب AD .

ب- حدد قيمة $\cos[\widehat{ADB}]$ ، واستنتج قياس الزاوية $[\widehat{ADB}]$.