

تمارين في المنطق

تمرين 1

لتكن p و q و r عبارات
هل العبارات التالية قوانين منطقية
 $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\bar{p} \vee q)$
 $\overline{(p \Leftrightarrow q)} \Leftrightarrow \overline{(\bar{p} \Leftrightarrow \bar{q})}$
 $[p \Rightarrow q \vee r] \Leftrightarrow (q \vee (p \Rightarrow r))$

تمرين 2

أوجد العبارات النافية للعبارات التالية
 $\forall x \in E \quad p(x) \vee q(x)$
 $\exists x \in E \quad p(x) \wedge q(x)$
 $\exists x \in E \quad p(x) \Rightarrow q(x)$
 $\forall x \in \mathbb{R} \quad x^2 - |x| + 2 \geq 0 \wedge x \in]-2; 2[$

تمرين 3

ليكن $a \in \mathbb{R}_+^*$
باستعمال الاستدلال بالتكافؤات المتتالية بين أن
 $a + \frac{1}{a} \geq 2$

تمرين 4

-1 بين أن
 $\forall (a; b) \in \mathbb{R}^2 \quad a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0 \wedge b = 0$
-2 حل في \mathbb{R}^2 المعادلة $2\sqrt{x-1} + 4\sqrt{y-4} = x + y$

تمرين 5

لتكن x و y و z أعداد حقيقية
بين أن $x + y > 2z \Rightarrow (x > z \vee y > z)$

تمرين 6

بين أن $\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$

تمرين 7

ليكن $a \in \mathbb{R}_+^*$
بين بالترجع $\forall n \in \mathbb{N} \quad (1+a)^n \geq 1+na$

تمرين 8

نعتبر $S_n = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$
بين بالترجع $S_n = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$

تمرين 9

ليكن $n \in \mathbb{N}$
-1 بين أن $3^{2n} - 2^n$ تقبل القسمة على 7
-2 بين أن $4^n + 6n - 1$ تقبل القسمة على 9
-3 بين أن $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)^n \left(1 + \frac{1}{n}\right) < 1$