

تمارين - عموميات حول الدوال-

تمرين 1

نعتبر f الدالة العددية للمتغير الحقيقي حيث $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$

- 1- حدد D_f و أدرس زوجية الدالة f .
- 2- أدرس رتبة f على كل من المجالين $[1; +\infty[$ و $]0; 1[$
- 3- أعط جدول تغيرات f على D_f و استنتج مطايرف الدالة f

تمرين 2

نعتبر f الدالة العددية للمتغير الحقيقي المعرفة بـ $f(x) = -x^3 + 3x$

- 1- تأكد أن f دالة فردية.
- 2- بين أن f تناقصية على $[1; +\infty[$ و تزايدية على $]0; 1[$
- 3- بين أن f تقبل قيمة قصوى نسبية عند 1 .
- استنتج أن f تقبل قيمة دنيا نسبية عند -1.
- 4- حدد $\inf(f(x))$; $\sup(f(x))$
 $x \in \left[\frac{1}{2}; 1\right]$; $x \in [2; 3]$

تمرين 3

نعتبر f الدالة العددية للمتغير الحقيقي المعرفة بـ $f(x) = \frac{|x| + 1}{x^2 + 1}$

- 1- بين أن f زوجية.
- 2- أ- بين أن f محدودة على $[1; +\infty[$
ب- بين أن f مصغورة بالعدد 1 على $[-1; 0]$
- 3- أدرس رتبة f على كل من $] -1 + \sqrt{2}; +\infty[$ و $]0; -1 + \sqrt{2}[$ ثم أعط جدول تغيرات f على \mathbb{R}
- استنتج مطايرف الدالة f .

تمرين 4

نعتبر f و g الدالتين العدديتين للمتغير الحقيقي المعرفتين بـ

$$g(x) = \frac{-x + 3}{x + 2} ; f(x) = x^2 - 3x$$

- 1- C_f و C_g المنحنيين الممثلين لـ f و g على التوالي في مستوى منسوب إلى معلم م.م.
- 1- ضع جدول تغيرات كل من f و g
- 2- حدد تقاطع C_f و C_g .
- 3- أنشئ C_f و C_g .
- 4- حل ميانيا المتراجحة $f(x) \geq g(x)$

تمرين 5

نعتبر f و g الدالتين العدديتين للمتغير الحقيقي المعرفتين بـ

$$g(x) = x^3 - 1 ; f(x) = \sqrt{x + 2}$$

- 1- C_f و C_g المنحنيين الممثلين لـ f و g على التوالي في مستوى منسوب إلى معلم م.م.
- 1- عط جدول تغيرات كل من f و g
- 2- أنشئ C_f و C_g .

3- بين مبيانيا أن المعادلة $x^3 - \sqrt{x+2} - 1 = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1 < \alpha < \frac{3}{2}$

تمرين 6

نعتبر f و g الدالتين العدديتين للمتغير الحقيقي المعرفتين بـ

$$g(x) = -3x^2 - 2x + 1 \quad ; \quad f(x) = \frac{-3x+1}{2x+1}$$

1- تأكد أن $\frac{1}{3}$ حل للمعادلة $f(x) = g(x)$

2- أنشئ C_f و C_g .

3- أ- حدد مبيانيا

$$f\left(\mathbb{R} - \left\{\frac{-1}{2}\right\}\right) \quad ; \quad f\left(\left[\frac{-1}{2}; +\infty\right]\right) \quad ; \quad f\left(\left[\frac{-1}{2}; 1\right]\right)$$

$$g(\mathbb{R}^+) \quad ; \quad g(]-2; -1[) \quad ; \quad g\left(\left]-1; \frac{1}{3}\right]\right)$$

4- حدد جبريا $g(\mathbb{R}^+) \quad ; \quad f\left(\left[\frac{-1}{2}; 1\right]\right) \quad ; \quad g\left(\left]-1; \frac{1}{3}\right]\right)$

تمرين 7

$$f(x) = \sqrt{x-2}$$

نعتبر f الدالة العددية للمتغير الحقيقي المعرفة بـ

بين مبيانيا أن $f([3; +\infty[) = [1; +\infty[$ ثم بين ذلك جبريا

تمرين 8

نعتبر f و g الدالتين العدديتين للمتغير الحقيقي المعرفتين بـ $f(x) = 3x - 1$; $g(x) = x^2 + 1$

1- حدد $f \circ g$; $g \circ f$

2- باستعمال تغيرات f و g حدد تغيرات $f \circ g$ و $g \circ f$

تمرين 9

نعتبر f و g الدالتين العدديتين للمتغير الحقيقي المعرفتين بـ

$$g(x) = -x^2 + 2x + 2 \quad ; \quad f(x) = \sqrt{x+1}$$

1- ضع جدول تغيرات كل من f و g

2- أحسب $g \circ f(x)$ لكل x من $[-1; 3]$

3- أدرس تغيرات $g \circ f$ على $[-1; 3]$

تمرين 10

$$h(x) = \frac{4x^2 - 4x - 1}{8x^2 - 8x + 1}$$

$$g(x) = 2x - 1 \quad ; \quad f(x) = 2x^2 + 3x + 1$$

1- حدد $h \circ g$; $g \circ f$; $f \circ g$

2- حدد دالة t حيث $h = t \circ g$

3- حدد دالة l حيث $f = l \circ g$

تمرين 11

نعتبر الدوال العددية f و g و h و t المعرفة بـ

$$g(x) = \sqrt{|2x-1|} \quad ; \quad f(x) = \sqrt{-x^2 + x + 2}$$

$$t(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 2x + 3} \quad ; \quad h(x) = \frac{x^3 - 1}{x^3 + 1}$$

1- حدد مجموعات تعريف الدوال f و g و h و t

2- باستعمال مركبة دالتين ، أدرس رتبة كل من f و g و h و t .

تمرين 12

نعتبر الدالتين العدديتين f و g المعرفتين بـ $f(x) = \sqrt{x-3}$; $g(x) = \frac{x-3}{x+3}$

1- حدد D_f ; D_g ثم حدد $D_{g \circ f}$

2- أنشئ C_f ; C_g في نفس المعلم المتعامد الممنظم

3- أ- حل مبيانيا $g(x) < 0$

ب- حل مبيانيا $g(x) > f(x)$

$$h(x) = \frac{\sqrt{x-3}-3}{\sqrt{x-3}+3}$$

4- نعتبر الدالة العددية h المعرفة بـ

أ- بين أن h مكبورة بالعدد 1 و أن 1- قيمة دنيا
مطلقة لـ h

ب- استنتج تغيرات الدالة h .