

دراسة الدوال

تمرين 1

$$f(x) = |x| - \frac{x}{x^2 - 1}$$

نعتبر الدالة العدية f للمتغير الحقيقي المعرفة بـ

$$1- \text{أ- حد } D_f \text{ و } \lim_{|x| \rightarrow +\infty} f(x)$$

ب- حدد نهاية f عند 1 و -1 و أول النتائج هندسيا

2- أدرس اشتقاق في 0 و أول النتيجة هندسيا

3- أ- حدد $f'(x)$ لكل x من $D_f - \{0\}$

ب- أدرس تغيرات f

4- حدد معادلة المماس لـ C_f في النقطة ذات الافصول 2

5- أ- حدد $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - x$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) + x$ و أول النتيجة هندسيا

ب- أنشئ في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم المنحنى C_f

تمرين 2

نعتبر الدالة العدية f للمتغير الحقيقي المعرفة بـ

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x}{x^2 - 1} & x \geq 0 \\ f(x) = \frac{x^2 - 1}{x} & x < 0 \end{cases}$$

$$2- \text{أ- حد } D_f \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

ب- حدد نهاية f عند 1 و $+\infty$ و أول النتائج هندسيا

ج- أدرس اتصال f في 0

2- أدرس الاشتقاق في 0 على اليمين و أول النتيجة هندسيا

3- أ- حدد $f'(x)$ لكل x من $]-\infty; 0[$ ثم لكل x من $]1; +\infty[\cup]0; 1[$

ب- أدرس تغيرات f

4- حدد معادلة المماس لـ C_f في النقطة ذات الافصول -1

5- أ- حدد $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - x$ و أول النتيجة هندسيا

ب- أنشئ في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم لمنحنى C_f

تمرين 3

$$f(x) = 1 + \frac{1 - 2x}{x^2 - x - 2}$$

نعتبر الدالة العدية f للمتغير الحقيقي المعرفة بـ

1- حد D_f و حدد نهايات f عند محداث D_f

2- حدد $f'(x)$ لكل x من D_f

3- أدرس تغيرات f

4- أ- بين أن C_f يقبل $I\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ كنقطة انعطاف.

ب- بين أن $I\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ مركز تماثل لـ C_f

د- حدد معادلة المماس لـ C_f عند النقطة I

5- أ- أدرس الفروع اللانهائية

ب- أنشئ المنحنى C_f

تمرين 4

نعتبر الدالة العدية f للمتغير الحقيقي المعرفة بـ $f(x) = 4 \sin x + \cos 2x$

- 1- بين أن f دالة دورية و حدد دورها
- 2- حدد $f'(x)$ لكل x من $[0; 2\pi[$
- 3- أدرس تغيرات f على $[0; 2\pi[$
- 4- حدد معادلة المماس لـ C_f عند النقطة ذات الأفصول 0
- 5- حدد نقط انعطاف المنحنى C_f على $[0; 2\pi[$
- 6- أنشئ المنحنى C_f

تمرين 5

$$f(x) = \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}$$

نعتبر الدالة العدية f للمتغير الحقيقي المعرفة بـ

- 1- حدد D_f و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$
- 2- أ- بين أن f دالة دورية و حدد دورها
ب- تأكد أن f زوجية استنتج D_E مجموعة دراسة f
- 3- أدرس تغيرات f على D_E
- 4- أنشئ المنحنى C_f

تمرين 6

$$f(x) = \frac{\tan^2 x}{1 - \tan^2 x}$$

نعتبر الدالة العدية f للمتغير الحقيقي المعرفة بـ

- 1- حدد D_f
- 2- أ- بين أن f دالة دورية و حدد دورها
ب- تأكد أن f زوجية استنتج D_E مجموعة دراسة f
- 3- أدرس تغيرات f على D_E
- 4- أنشئ المنحنى C_f

تمرين 7

نعتبر الدالة العدية f للمتغير الحقيقي المعرفة بـ

$$\begin{cases} f(x) = 4 \sin \frac{\pi}{2} x & |x| \leq 1 \\ f(x) = x + \frac{9x}{x^2 + 2} & |x| > 1 \end{cases}$$

- 1- بين أنه يمكن الاكتفاء بدراسة f على $[0; +\infty[$
- 2- أدرس اتصال ثم اشتقاق f في النقطة 1
- 3- أدرس تغيرات f على $[0; +\infty[$
- 4- أدرس الفروع اللانهائية لـ C_f ثم الوضع النسبي لـ C_f و مقاربه.
- 5- أدرس تقعر C_f
- 1- أنشئ C_f

تمرين 8

نعتبر الدالة العدية f للمتغير الحقيقي المعرفة بـ

$$\begin{cases} f(x) = x + \sqrt{x} & x > 0 \\ f(x) = -x + \sin x & x \leq 0 \end{cases}$$

- 1- أ- حدد $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
ب- تأكد أن f متصلة في 0
- 2- أدرس اشتقاق f في 0 و أو النتائج هندسيا

- 3- أحسب $f'(x)$ على كل من المجالين $]0; +\infty[$ و $]-\infty; 0[$
- 4- أعط جدول تغيرات f
- 5- أحسب $f''(x)$ على كل من المجال $]-\infty; 0[$ ثم حدد نقط انعطاف و تقعر C_f
- 6- أ- أدرس الفروع اللانهائية
ب- ليكن $M_k(x + 2k\pi; f(x + 2k\pi))$ نقطة من C_f حيث $k \in \mathbb{Z}^-$ بين أن M_k صورة $M(x; f(x))$
بإزاحة يجب تحديدها حيث $x < 0$.
د- أنشئ المنحنى C_f
- 7- ليكن g قصور الدالة f على $]0; +\infty[$
بين أن g تقابل من $]0; +\infty[$ نحو $]0; +\infty[$ ثم حدد $g^{-1}(x)$