الدوران

التمرين1

في مستوى موجه نعتبر $ABCD$ مربعا حيث الزاوية $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}\right)$ مباشرة . ليكن r الدوران الذي مركزه B و زاويته $-\frac{\pi}{3}$. E و F نقطتين حيث ABE مثلث متساوي الأضلاع داخل المربع $ABCD$ و CBF مثلث متساوي الأضلاع خارجه و G نقطة حيث $r(G)=D$.

1- أنشئ الشكل

2- أ) بين أن BDG متساوي الأضلاع و استنتج أن $G\in(AC)$

ب) استنتج أن النقط E و F و D مستقيمية.

التمرين2

في مستوى موجه نعتبر ABC مثلثا متساوي الساقين في A حيث $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)=\frac{\pi}{2}\quad[2\pi]$ و E نقطة داخل المثلث ABC . ليكن r الدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{2}$

1- أنشئ F صورة E بالدوران r

2- بين أن $BE=CF$; $(BE)\perp(CF)$

التمرين3

في مستوى موجه نعتبر ABC مثلثا متساوي الساقين وقائم الزاوية في B حيث $\left(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC}\right)$ زاوية غير مباشرة. لتكن O منتصف $[AC]$ و P و Q نقطتين حيث $\overrightarrow{AP}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BQ}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$.

ليكن r الدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{2}$

1- أنشئ الشكل

2- حدد صورتي A و B بالدوران r

3- بين أن $r(P)=Q$ استنتج طبيعة المثلث OPQ

التمرين4

في مستوى موجه نعتبر ABC مثلثا ، ننشئ خارجه المربعات $ACDE$ و $BAFG$ و $CBHI$

1- بين أن المثلث ACI هو صورة المثلث DCB بدوران يجيب تحديده

2- استنتج أن $(AI)\perp(BD)$

3- أثبت أن $(AH)\perp(CG)$

التمرين5

في مستوى موجه نعتبر ABC مثلثا متساوي الساقين في A بحيث $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)=\alpha\quad[2\pi]$.

ليكن r الدوران الذي مركزه A و زاويته α .

بين أن لكل نقطة M من الدائرة المحيطة بالمثلث ABC النقط M و M' و C مستقيمية حيث $r(M)=M'$

التمرين6

في مستوى موجه نعتبر ABC مثلثا و I منتصف $[BC]$ r الدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{2}$ و B' و C' نقطتين حيث $r(B)=B'$ و $r^{-1}(C)=C'$.

1- أنشئ الشكل

2- أ) بين أن $\left(\overrightarrow{AB'};\overrightarrow{AC'}\right)+\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB}\right)\equiv\pi\quad[2\pi]$

ب) بين أن $B'C'=2AI$

3- بين أن $(B'C)\perp(BC')$; $(B'C')\perp(AI)$

التمرين7

في مستوى موجه، نعتبر (C) و (C') دائرتين مركزهما O و O' على التوالي لهما نفس الشعاع و متقاطعان في A و Ω

نعتبر r الدوران الذي مركزه Ω و يحول O الى O'.

1- حدد $r((C))$

2- لتكن $M \in (C)-\{A\}$ و $r(M)=M'$

بين أن M و A و M' مستقيمية.

التمرين8

في مستوى موجه نعتبر ABC مثلثا متساوي الساقين في A بحيث $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})=\theta \quad [2\pi]$ و Ω مركز الدائرة المحيطة ب ABC . ليكن r الدوران الذي مركزه Ω و زاويته $\theta-\pi$.

نعتبر Δ واسط $[BC]$ و Δ' واسط $[AB]$

1- أ) حدد $S_{\Delta}\circ S_{\Delta'}(A)$

ب) استنتج أن $S_{\Delta}\circ S_{\Delta'}=r$

2- لتكن $M \in (BC)$ و $J \in (AC)$ و $K \in (AB)$ حيث $(MJ)//(AB) \;;\; (MK)//(AC)$

أ) حدد $r(K)$

ب) استنتج أن واسط $[JK]$ يمر من نقطة ثابتة عندما تتغير M في (BC)

التمرين9

ليكن $ABCDEF$ سداسي منتظم و O مركز الدائرة المحيطة به و M نقطة تقاطع (BC) و (DF)

1- بين أن $ACDF$ مستطيل

2- بين أن D منتصف $[FM]$

3- حدد طبيعة و العناصر المميزة لكل من $r_1=S_{(AC)}\circ S_{(AE)}$ و $r_2=S_{(DE)}\circ S_{(DC)}$ و $S_{(DC)}\circ S_{(DA)}$ و $S_{(DA)}\circ S_{(AF)}$

استنتج أن $r_2\circ r_1$ ازاحة و حدد متجهتها

4- نضع $r_2\circ r_1(A)=N$

برهن أن $(DE)\cap(AC)=\{N\}$

استنتج صورة $ACDF$ بالتطبيق $S_{(CD)}$

التمرين10

في مستوى موجه نعتبر ABC مثلثا و α عددا حقيقيا غير منعدم. و r_1 الدوران الذي مركزه A و زاويته α و C' نقطة حيث $r_1(C)=C'$ و r_2 الدوران الذي مركزه B و زاويته α.

لتكن A' و C'' حيث $r_2(C)=C''$ و $r_2(A)=A'$

بين أن $AA'C''C'$ متوازي الأضلاع

التمرين11

في مستوى موجه نعتبر المربعين $ABCD$ و $AEFG$ حيث $[2\pi] \quad (\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD})\equiv\frac{\pi}{2}$

و $[2\pi] \quad (\overrightarrow{AE};\overrightarrow{AG})\equiv\frac{\pi}{2}$ و النقط $H \;;\; I \;;\; J \;;\; K$ منتصفات القطع $[BD]$ و $[DE]$ و $[EG]$ و $[GB]$ على التوالي. و r الدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{2}$.

1- أ) تحقق أن $\overrightarrow{HI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BE}$ و $\overrightarrow{HK}=\frac{1}{2}\overrightarrow{DG}$

ب) حدد صورتي B و E بالدوران r

ج) استنتج أن $HIJK$ مربع.

2- لتكن B' و C' مماثلتي B و C على التوالي بالنسبة للمستقيم (AD).
بين أن $r((CD)) = (B'C')$

3- لتكن S و S' التماثلين المتعامدين اللذان محوراهما على التوالي (DC) و $(B'D)$ و t الإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{CA}$
بين أن $r = t \circ S' \circ S$.

4- لتكن M نقطة من (DC) و M' نقطة من $(B'C')$ بحيث AMM' قائم الزاوية في A

أ) بين أن $r(M) = M'$

ب) استنتج باستعمال السؤال3 أن منتصف القطعة $[MM']$ ينتمي إلى $(B'D)$

التمرين12

في مستوى موجه نعتبر ABC مثلثا متساوي الساقين في A حيث $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right) \equiv \frac{2\pi}{3} \quad [2\pi]$.

ليكن $R_C = r\left(C;\frac{\pi}{6}\right)$ و $R_A = r\left(A;\frac{2\pi}{3}\right)$ نضع $f = R_C \circ R_A$

1- حدد $f(B)$

2- بين أن f دوران محددا زاويته

3- لتكن I نقطة تقاطع المنصفات الداخلية للمثلث ABC

أ) بين أن $R_C = S_{(CI)} \circ S_{(CA)}$ و $R_A = S_{(CA)} \circ S_{(IA)}$

ب) استنتج أن I مركز الدوران f

ج) لتكن $f(A) = A'$

بين أن $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{IA'}\right) \equiv \frac{\pi}{6} \quad [2\pi]$

التمرين13

في مستوى موجه نعتبر المربع $ABCD$ مركزه O بحيث $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}\right) \equiv \frac{\pi}{2} \quad [2\pi]$. ليكن S التماثل المركزي الذي مركزه O و r الدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{2}$

1- أ) تتحقق أن $\left(S \circ r^{-1}\right)(D) = D$

ب) بين أن $S \circ r^{-1}$ دوران وحدد مركزه و زاويته

2- لتكن M نقطة من المستوى ، نضع $r(M) = N$ و $S \circ r^{-1}(M) = M'$

أ) بين أن $AN = CM'$ و $\left(\overrightarrow{AN};\overrightarrow{CM'}\right) \equiv 0 \quad [2\pi]$

ب) استنتج أن $\overrightarrow{NM'} = \overrightarrow{AC}$ ثم أن $S \circ r^{-1} = t_{\overrightarrow{AC}} \circ r$

3- لتكن E نقطة من (BC) مختلفة عن B و C. المستقيم العمودي على (AE) و المار من A يقطع (DC) في F و لتكن G مماثلة E بالنسبة للنقطة A.

أ) حدد صورة المستقيم (BC) بالدوران r

ثم بين أن $r(E) = F$ و $r(F) = G$

ب) نضع $S(F) = F'$. بين أن المثلث DGF' قائم الزاوية ومتساوي الساقين.