

المجموعات - التطبيقات

تمرين 1

- ليكن A و B جزئين من المجموعة E
- 1 بين أن $(A \cup B) - (A \cap B) = (A \cap \bar{B}) \cup (B \cap \bar{A})$
 - 2 بين أن $A = B \Leftrightarrow A \cap B = A \cup B$
 - 3 بين أن $(A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$
 - 4 استنتج أن $A = B \Leftrightarrow (A - B) \cup (B - A) = \emptyset$
 - 4 بين أن $A = \emptyset \Leftrightarrow (A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B) = B$

تمرين 2

- ليكن A و B و C أجزاء من المجموعة E
- 1 بين أن $C \cup A \subset C \cup B \wedge C \cap A \subset C \cap B \Rightarrow A \subset B$
 - 2 بين أن $A \cap B = A \cap C \Leftrightarrow A \cap \bar{B} = A \cap \bar{C}$
 - 3 بين أن $A \subset C \Rightarrow A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$
 - 4 بين أن $A \cap C \neq \emptyset \wedge B \cap C = \emptyset \Rightarrow A \cap \bar{B} \neq \emptyset$

تمرين 3

- ليكن A و B جزئين من المجموعة E حيث $A \subset B$
حل في $P(E)$ المعادلة $X \cap B = X \cup A$

تمرين 4

- ليكن A و B و C و D مجموعات غير فارغة
بين أن $(A \cap B) \times (C \cap D) = (A \times C) \cap (B \times D)$

تمرين 5

- ليكن f تطبيق من E نحو F و A جزء من E و B جزء من F .
بين أن $A \subset f^{-1}(f(A))$; $f(f^{-1}(B)) \subset B$
 $f^{-1}(\overline{B}) \subset \overline{f^{-1}(B)}$

تمرين 6

- ليكن f تطبيق من E نحو F و A و B جزئين من E
- 1 بين أن $A \subset B \Rightarrow f(A) \subset f(B)$
 - 2 بين أن $f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B)$
 - 3 بين أن $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$
 - 4 بين أن إذا كان f تبايني فإن $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$

تمرين 7

- نعتبر التطبيق f المعرف من $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right[$ نحو $\left[\frac{3}{4}; +\infty\right[$ بـ $f(x) = x^2 + x + 1$
- 1 بين أن f تبايني
 - 1 بين أن f شمولي
 - 2 استنتج أن f تقابلي و حدد التقابل العكسي f^{-1}

تمرين 8

- نعتبر التطبيق f المعرف من $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ نحو \mathbb{N} حيث $f((x; y)) = x + y$
بين أن f تطبيق شمولي وغير تبايني

تمرين 9

- 1- نعتبر التطبيق f المعرف من $\mathbb{R} - \left\{\frac{-1}{2}\right\}$ نحو $\mathbb{R} - \left\{\frac{3}{2}\right\}$ حيث $f(x) = \frac{3x-1}{2x+1}$ بين أن f تقابلي و حدد التقابل العكسي f^{-1}
- 2- نعتبر التطبيق g المعرف من \mathbb{R}^+ نحو $]0;1[$ حيث $g(x) = \sqrt{x^2+1} - x$ بين أن g تقابل
- 3- حدد $f \circ g$ و استنتج أن $f \circ g$ تقابل من \mathbb{R}^+ نحو مجال يجيب تحديده.

تمرين 10

- ليكن f تطبيق من E نحو F و g تطبيق من F نحو G
- 1- بين أن $g \circ f$ تبايني تستلزم f تبايني
- 2- بين أن $g \circ f$ شمولي تستلزم g شمولي

تمرين 11

- ليكن f تطبيق من E نحو E حيث $card E = n$ ($n \in \mathbb{N}^*$)
- 1- بين إذا كان f شمولي فان f تبايني
- 2- بين إذا كان f تبايني فان f شمولي

تمرين 12

- ليكن f تطبيق من \mathbb{R}^* نحو \mathbb{R} حيث $f(x) = \frac{x^2+1}{x}$
- 1- حدد $f(\mathbb{R}^*)$
- 2- ليكن g قصور التطبيق f على $[1; +\infty[$
- (a) بين أن $g([1; +\infty[) = [2; +\infty[$
- (b) بين أن g تبايني و استنتج أن g تقابل من $[1; +\infty[$ نحو $[2; +\infty[$
- 3- نعتبر التطبيق h المعرف من $\mathbb{R}^* \times \mathbb{R}^*$ نحو \mathbb{R} بـ $h((x; y)) = \frac{x^2 + y^2}{xy}$
- (a) بين أن $h((x; y)) = f\left(\frac{x}{y}\right) \forall (x; y) \in \mathbb{R}^{*2}$
- (b) استنتج $h(\mathbb{R}^{*2})$