

**تمرين 1** لتكن  $E$  مجموعة منتهية و  $A$  و  $B$  جزئين من  $E$ .

$$\text{نضع } \text{card}(A \cap B) = i ; \text{card} B = b ; \text{card} A = a$$

أحسب بدلالة  $a$  و  $b$  و  $i$  رئيسي  $X$  في الحالات التالية

$$-1 \quad X = A \cap ((A \cap B) \cap B)$$

$$-2 \quad X = A \cup [(B \cap (A \cup B)) \cap (A \cup (A \cap B))]$$

$$-3 \quad X = A \cap [(B \cap (A \cap B)) \cup (A \cap (A \cup B))]$$

**تمرين 2**

1- لتكن  $E$  مجموعة منتهية و  $A$  و  $B$  جزئين من  $E$ .

$$-2 \quad \text{بين أن } \text{card} [(B - A) \cup (A - B)] = \text{card} A + \text{card} B - \text{card} A \cap B$$

في السنة الأولى لإحدى الجامعات.

و بعد جرد لطلبات، تبين أن 140 طلب لولوج شعب  $PC$  و 120 طلب لولوج شعب  $MP$  و 50 طلب

لم تشر إلى شعبي  $MP$  و  $PC$

ما هو عدد الطلبة الذين قدموا طلباتهم أحد الشعبتين  $MP$  و  $PC$  فقط

**تمرين 3**

قام أحد التلاميذ باستطلاع الرأي لـ 100 تلميذا حول الرياضة التي يحبون ممارستها من بين كرة القدم

و كرة السلة و كرة اليد، فكانت النتائج كما يلي :

66 تلميذ يحبون ممارسة كرة القدم

46 تلميذ يحبون ممارسة كرة اليد

56 تلميذ يحبون ممارسة كرة السلة

25 لا يحبون ممارسة الرياضات السابقة

10 يحبون ممارسة الرياضات الثلاث

ما هو عدد التلاميذ الذين يحبون ممارسة نوعين من الرياضات السابقة

**تمرين 4**

$$-1 \quad \text{أحسب } A_{12}^3 \quad C_{20}^5$$

-2 ليكن  $n$  و  $p$  من  $\mathbb{N}$  حيث  $1 \leq p \leq n$

$$\text{أ- بين أن } C_n^p = \frac{n}{p} C_{n-1}^{p-1}$$

ب- استنتج قيمة  $S = \sum_{p=1}^{p=n} \frac{1}{p} C_{n-1}^{p-1}$  بدلالة  $n$

3- ليكن  $n$  و  $p$  و  $q$  من  $\mathbb{N}$  حيث  $0 < q < p < n$ . بين أن  $C_n^q C_{n-q}^{p-q} = C_n^p C_p^q$

4- بين أن  $C_{n+1}^p = \sum_{k=0}^{k=p} C_{n-k}^{p-k}$  حيث  $0 \leq p \leq n$

5- بين أن  $C_{n+1}^{p+1} = \sum_{k=0}^{k=n-p} C_{p+k}^p$  حيث  $0 \leq p \leq n$

### تمرين 5

لتكن  $E$  و  $F$  مجموعتين غير فارغتين و منفصلتين بحيث  $\text{card}E = \text{card}F = n$

1- أحسب بطريقتين مختلفتين عدد أجزاء  $E \cup F$  المكونة من  $n$  عنصر.

و استنتج أن  $C_{2n}^n = \sum_{k=0}^{k=n} \binom{n}{k}^2$

2- استنتج أن  $\frac{n}{2} C_{2n}^n = \sum_{k=0}^{k=n} k \binom{n}{k}^2$

### تمرين 6

ليكن  $n$  و  $p$  من  $\mathbb{N}$  حيث  $1 < p < n$

1- بين أن  $(n-p)A_n^p = nA_{n-1}^p$

2- بين أن  $A_n^p = nA_{n-1}^{p-1}$

3- استنتج  $A_n^p = A_{n-1}^p + pA_{n-1}^{p-1}$

4- حل في  $\mathbb{N}$   $A_n^4 = 42A_n^2$

### تمرين 7

لتكن  $E$  مجموعة رئيسها  $n$ . نعتبر  $S = \{(X; Y) \in P(E) \times P(E) / X \cup Y = E\}$

بين أن  $\text{card}S = 3^n$

### تمرين 8

ما هو معامل العدد  $x^3 y^5 z^2$  عند نشر  $(x - 2y + z)^{10}$

### تمرين 9

لتكن  $E$  مجموعة رئيسها  $n$  منتهية و  $A$  و  $B$  جزئين من  $E$  حيث  $\text{card}A = a$  ;  $\text{card}B = b$

1- حدد  $\text{card}\{M \subset E / A \subset M\}$

2- لتكن  $S = \{X \in P(E) / A \cup X = B\}$

أ- بين أن  $S \neq \emptyset \Leftrightarrow A \subset B$

ب- نفترض أن  $A \subset B$ . بين أن  $\forall X \in S \exists C \in P(A) / X = C \cup (B - A)$

ت- استنتج  $cardS$

3- لتكن  $S' = \{X \in P(E) / A \cap X = B\}$

أ- حدد شرط كاف و لازم لكي تكون  $S' \neq \emptyset$

ب- نفترض أن  $S' \neq \emptyset$ . حدد  $cardS'$

### تمرين 10

يحتوي كيس على 5 كرات حمراء و 3 كرات خضراء

I- نسحب بالتتابع و بدون إحلال ثلاث كرات

1- ما هو عدد السحبات الممكنة ؟

2- ما هو عدد السحبات التي تكون فيها الكرة الأولى فقط خضراء ؟

3- ما هو عدد السحبات التي تحتوي على كرتين حمرا و بين فقط ؟

4- ما هو عدد السحبات التي تحتوي على كرة خضراء على الأقل ؟

II- نسحب بالتتابع و بإحلال ثلاث كرات. نفس أسئلة I

III- نسحب بتان ثلاث كرات. نفس أسئلة I باستثناء السؤال 2

### تمرين 11

نرمي نردا مرقما من 1 إلى 6 ثلاث مرات متتالية فنكون عددا من ثلاث أرقام.

1- كم عدد الأعداد الممكن تكوينها ؟

2- كم عدد الأعداد التي رقم وحداتها زوجي يكن تكوينها

3- كم عدد يكمن تكوينه أرقامه مختلفة مثنى مثنى ؟

### تمرين 12

نرمي نردين A و B في آن واحد , الوجوه لكل منهما مرقمة من 1 الى 6 .

1- كم عدد النتائج الممكنة ؟

2- كم عدد النتائج التي يكون فيها الرقمين البارزين

عند استقرار النردين في الحالتين التاليتين

أ- متساويين ؟ ب- مختلفين ؟

3- كم عدد النتائج التي تشمل على الأقل على رقم فردي ؟

### تمرين 13

في دوري رياضي لدينا سبعة فرق كل فرقة يجيب أن تلتي مرة واحدة و واحدة فقط مع الفرق الأخرى.

كم لقاء يجيب أن ننظم ؟

### تمرين 14

في مكتب جمعية يتكون من 15 عضوا , 6 إناث و 9 ذكور .

نريد أن نختار عشوائيا رئيس و نائبه و كاتب عام و أمين المال.

1- ما هو عدد الإمكانيات الممكنة ؟

2- ما هو عدد الإمكانيات التي يكون فيها الكاتب العام و الأمين من الإناث؟

### تمرين 15

شارك ثمانية عدائين في سباق 100 م في مدار مكون من 8 ممرات.

ما هي عدد الوضعيات الممكنة عند الانطلاقة.

### تمرين 16

يحتوي كيس على 5 كرات خضراء و 4 حمراء .

A- نسحب من الكيس 4 كرات كما يلي نسحب بالتتابع وبدون إحلال كرتين ونسجل لونهما ونعيدهما

إلى الكيس ثم نسحب في نفس الوقت كرتين .

1- حدد عدد السحبات الممكنة

2- حدد عدد السحبات الممكنة التي تكون فيها الكرتين الأوليتين خضراويين فقط

3- حدد عدد السحبات الممكنة حيث الكرات الأولى خضراء اللون.

4- حدد عدد السحبات الممكنة التي تضم كرتين حمراويتين فقط.

B- نسحب من الكيس 3 كرات كما يلي : نسحب كرة من الكيس إذا كانت حمراء نحتفظ بها و نسحب

تأنيا كرتين . إذا كانت خضراء فإننا نعيدها إلى الكيس و نسحب بالتتابع و بدون إحلال كرتين من

الكيس.

1- حدد عدد السحبات الممكنة التي تكون فيها الكرتين الأوليتين خضراويين .

2- حدد عدد السحبات الممكنة التي تضم كرتين حمرا و بين فقط.

### تمرين 17

يحتوي كيس على 10 بيادق . بيدقان يحملان الرقم 0 و ثلاثة بيادق تحمل الرقم 1 و خمسة بيادق

تحمل الرقم 2. نسحب تأنيا بيدقين من الكيس .

1- أحسب عدد السحبات الممكنة للحصول على بيدقين جداء رقميهما 1

2- أحسب عدد السحبات الممكنة للحصول على بيدقين جداء رقميهما 2

3- أحسب عدد السحبات الممكنة للحصول على بيدقين جداء رقميهما أصغر أو يساوي 1

### تمرين 18

نعتبر كيس يحتوي على 5 بيادق سوداء تحمل الأرقام 1، 1، 1، 3، 3 و أربعة بيادق خضراء

تحمل الأرقام 1، 2، 2، 2 .

نسحب في آن واحد كرتين من الكيس.

1- أحسب عدد السحبات الممكنة للحصول على بيدقين سوداويين.

2- أحسب عدد السحبات الممكنة للحصول على بيدقين مجموعهما 4.

3- أحسب عدد السحبات المكنة للحصول على بيدقين سوداويين و مجموع رقميهما يساوي 4.

### تمرين 19

نعتبر صندوقا يحتوي على 5 كرات حمراء و 5 كرات بيضاء و 5 كرات خضراء في كل لون الكرات تحمل الأرقام 1 و2 و3 و4 و5 .

نسحب بالتتابع و بدون إحلال خمس كرات من الصندوق.

1- أحسب عدد السحبات المكنة للحصول على 3 كرات بيضاء و كرتين حمراويين.

2- أحسب عدد السحبات المكنة للحصول على 5 كرات

تحقق الشرطين: - كرة واحدة تحمل الرقم 5.

- أربع كرات فقط من اللون الأخضر

### تمرين 20

في ثانوية , يوجد 1000 تلميذ , 400 منهم يدرسون اللغة الإنجليزية و 250 يدرسون الإسبانية

و 150 يدرسون الإنجليزية و الإسبانية معا.

1- أحسب عدد التلاميذ اللذين يدرسون الإنجليزية أو الإسبانية

2- أحسب عدد التلاميذ لا يدرسون الإنجليزية و لا يدرسون الإسبانية