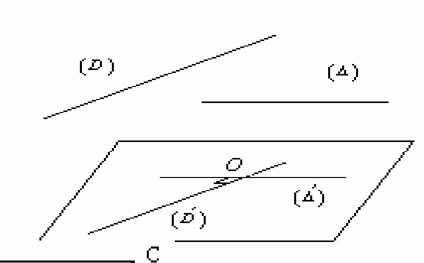
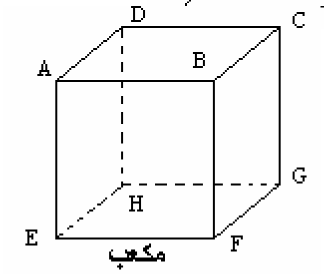
التعامد في الفضاء

I- تعامد مستقيمين في الفضاء

1- تعريف

نقول إن مستقيمين (D) و(Δ) متعامدان في الفضاء إذا و فقط إذا كان الموازيان لهما و الماران من نقطة O في الفضاء متعامدين. نكتب $(D)\perp(\Delta)$





مثال $ABCDEFGH$ مكعب

$(AD)\perp(AE)$

$(AD)\perp(CG)$

$(EF)\perp(DH)$

ملاحظة

مستقيمان متعامدان يمكن أن يكونا غير مستوائيين

تمرين

$ABCD$ رباعي الأوجه حيث $BD=DC$ و I و J و K منتصفات $[AB]$ و $[AC]$ و $[CB]$ على التوالي

بين أن $(IJ)\perp(DK)$

2- خاصيات

خاصية1

إذا كان مستقيمان متوازيين فكل مستقيم عمودي على أحدهما يكون عموديا على الآخر

خاصية2

إذا كان مستقيمان متعامدين فكل مستقيم مواز لأحدهما يكون عموديا على الآخر

ملاحظة

يمكن لمستقيمين أن يكون عموديين على مستقيم ثالث دون أن يكونا متوازيين.

II- تعامد مستقيم و مستوى في الفضاء

1- مبرهنة

إذا كان مستقيم (D) عمودي على مستقيمين متقاطعين ضمن مستوى (P) فان (D) عمودي على جميع مستقيمات المستوى (P)

2- تعريف

نقول إن المستقيم (D) عمودي على المستوى (P) إذا و فقط إذا (D) عموديا على جميع مستقيمات المستوى (P).

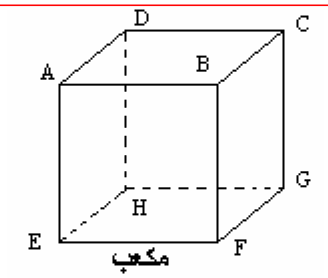
3- مبرهنة

يكون مستقيم (D) عمودي على مستوى (P) إذا و فقط إذا كان المستقيم (D) عمودي على مستقيمين متقاطعين ضمن المستوى (P)

مثال $ABCDEFGH$ مكعب

$(AD)\perp(ABE)$

$(AD)\perp(CHG)$



4- خاصيات

خاصية1

إذا كان مستويان متوازيين فان كل مستقيم عمودي على أحدهما يكون عموديا على الآخر

خاصية2

إذا كان مستقيمان متوازيين فان كل مستوى عمودي على أحدهما يكون عموديا على الآخر

خاصية4

يكون مستقيمان متعامدين إذا و فقط إذا كان أحدهما عمودبا على مستوى يتضمن الآخر

خاصية5

يكون مستويان متوازيين إذا وفقط إذا كانا عموديين على نفس المستقيم

تمرين

$ABCDEFGH$ مكعب

أتبث أن $(DF)\perp(EB)$ ثم أتبث أن $(DF)\perp(EBG)$

تمرين

ليكن (C) دائرة من المستوى (P). نعتبر $[AB]$ قطرا لـ (C) و(Δ) العمودي على (P) في A.

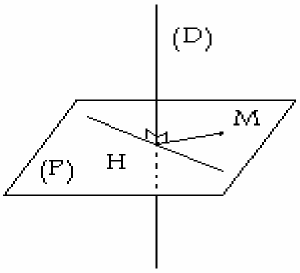
ليكن $S\in(\Delta)$ حيث $S\neq A$ و $M\in(C)$; $M\neq B$

أتبث أن $(MB)\perp(SM)$.

5- مبرهنات

مبرهنة1

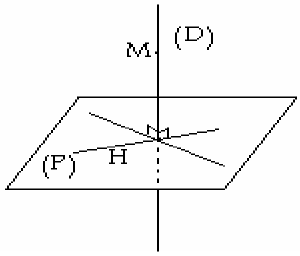
من كل نقطة في الفضاء يمر مستوى وحيد عمودي على مستقيم معلوم.



H المسقط العمودي للنقطة M على المستقيم (D)

مبرهنة2

من كل نقطة في الفضاء يمر مستقيم وحيد عمودي على مستوى معلوم.



H المسقط العمودي للنقطة M على المستوى (P)

III- تعامد مستويين

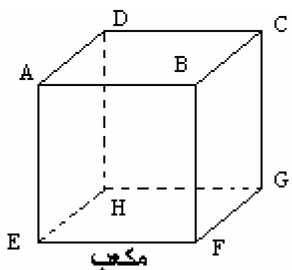
تعريف

نقول ان المستويين (P) و (Q) متعامدان اذا و فقط اذا كان أحدهما يتضمن مستقيما عموديا على الآخر نكتب $(P)\perp(Q)$

مثال $ABCDEFGH$ مكعب

$(ADC)\perp(ABE)$

$(ADF)\perp(CHG)$



مكعب

ملاحظة

إذا تعامد مستويين في الفضاء فلا يعني أن كل مستقيم ضمن أحدهما عمودي على المستوى الآخر.

تمرين

ليكن ABC مثلثا متساوي الساقين في A ضمن مستوى (P) وI منتصف $[BC]$. لتكن S نقطة من المستقيم العمودي على (P) في A حيث $S\neq A$

1- أتبث أن $(SAI)\perp(SCI)$

2- ليكن H المسقط العمودي لـ A على (SI)

أتبث أن $(AH)\perp(SC)$

تمرين

$ABCDEFGH$ مكعب

أتبث أن $(HEB)\perp(AGF)$

تمرين

في الفضاء نعتبر ABC مثلثا قائم الزاوية في A ضمن مستوى (P). لتكن D مماثلة B بالنسبة لـ A ، و S نقطة خارج (P) حيث $SB=SD$. لتكن I و J منتصفي $[SD]$ و$[DC]$ على التوالي

1- بين أن $(AB)\perp(SAC)$ استنتج أن $(P)\perp(SAC)$

2- بين أن $(AB)\perp(IJ)$