دراسة الدوال باستعمال دوال مرجعية

1- دراسة و تمثيل مبيانيا الدالة $f: x \to ax^2$ حيث $a \neq 0$

أ- أمثلة

* نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بـ $f(x) = 2x^2$

- ندرس تغيرات f

$D_f = \mathbb{R}$

f دالة زوجية و منه اقتصار دراستها على $[0;+\infty[$

ليكن x و y من $[0;+\infty[$ حيث $x \neq y$

$$\frac{f(x)-f(y)}{x-y} = 2(x+y)$$

لكل x و y من $[0;+\infty[$ حيث $x \neq y$: $\frac{f(x)-f(y)}{x-y} \succ 0$

إذن f تزايدية على $[0;+\infty[$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f	$\searrow$	0	$\nearrow$

معادلة C_f هي $y = 2x^2$

C_f متماثل بالنسبة لمحور الأراتيب

ملاحظة

إذا كان $0 \prec x \prec 1$ فان $0 \prec 2x^2 \prec 2x$

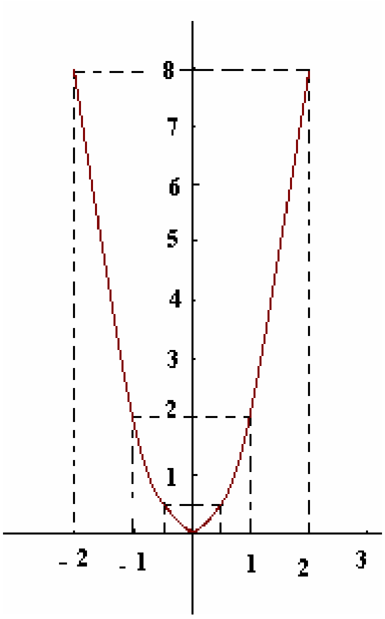
هذا يعني أن جزء C_f على $]0;1[$ تحت المستقيم $(\Delta): y = 2x$

إذا كان $x \succ 1$ فان $2x^2 \succ 2x$

هذا يعني أن جزء C_f على $]1;+\infty[$ فوق المستقيم $(\Delta): y = 2x$

جدول القيم

x	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2
$f(x)$	0	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{9}{2}$	8



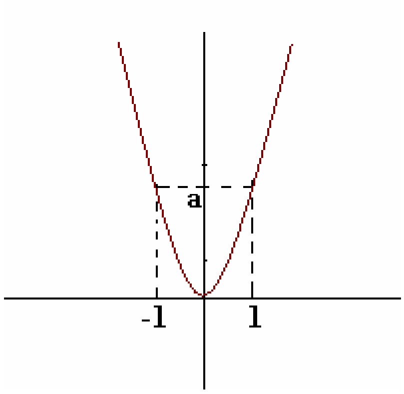
C_f شلجم رأسه O يقبل محور الأراتيب كمحور تماثل

* بالمثل أدرس الدالة f حيث $f(x) = \frac{-1}{2}x^2$

ب- الحالة العامة

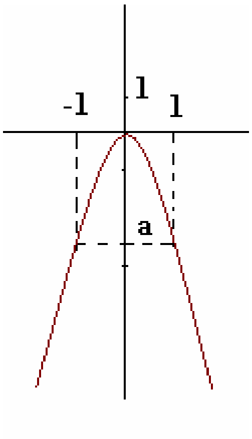
نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بـ
$f(x) = ax^2$ حيث $a \neq 0$

إذا كان $a \succ 0$ فان



x	$-\infty$	0	$+\infty$
f	$\searrow$	0	$\nearrow$

C_f شلجم رأسه O يقبل محور الأراتيب كمحور تماثل



إذا كان $a \prec 0$ فان

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f	$\nearrow$	0	$\searrow$

C_f شلجم رأسه O يقبل محور الأراتيب كمحور تماثل

تمرين $f(x) = x^2$ $\quad g(x) = \frac{1}{2}x^2$

$h(x) = 3x^2$ $\quad m(x) = -2x^2$

1- أعط جدول تغيرات f و g و h و m

2- في نفس المعلم المتعامد الممنظم أنشئ C_f و C_g و C_h و C_m

2- دراسة الدالة $x \to \frac{a}{x}$

أ- أمثلة

* نعتبر الدالة $f(x) = \frac{2}{x}$

- ندرس تغيرات f

$D_f = \mathbb{R}^*$

f دالة فردية و منه اقتصار دراستها على $]0;+\infty[$

ليكن x و y من $]0;+\infty[$ حيث $x \neq y$

$$\frac{f(x)-f(y)}{x-y} = \frac{-2}{xy}$$

لكل x و y من $]0;+\infty[$ حيث $x \neq y$

$$\frac{f(x)-f(y)}{x-y} \prec 0$$

إذن f تناقصية على $]0;+\infty[$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f	$\searrow$	$\|\|$	$\searrow$

ملاحظة

إذا كان $0 \prec x \prec 1$ فان $\frac{2}{x} \succ 2$

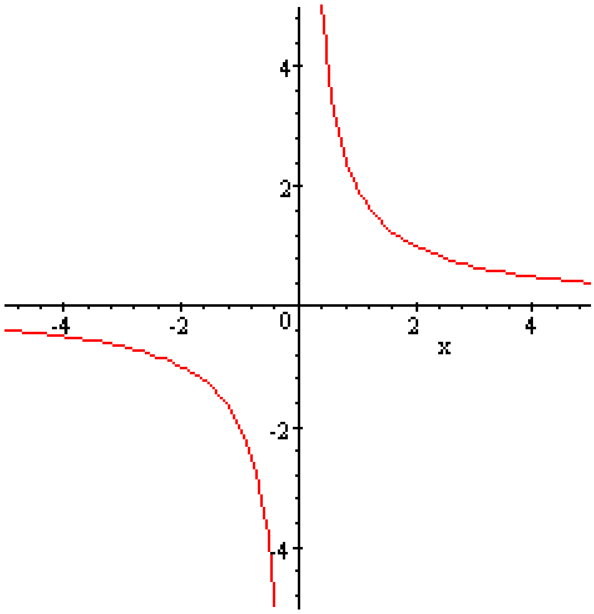
هذا يعني أن جزء C_f على $]0;1[$ فوق المستقيم $(\Delta): y = 2$

إذا كان $x \geq 1$ فان $0 \prec \frac{2}{x} \leq 2$

هذا يعني أن جزء C_f على $]1;+\infty[$ تحت المستقيم $(\Delta): y = 2$

جدول القيم

x	$\frac{1}{2}$	1	2	4
$f(x)$	4	2	1	2



C_f هدلول مركزه O و مقارباه محورا المعلم

* نعتبر الدالة $f(x) = \frac{-1}{x}$

- ندرس تغيرات f $\qquad D_f = \mathbb{R}^*$

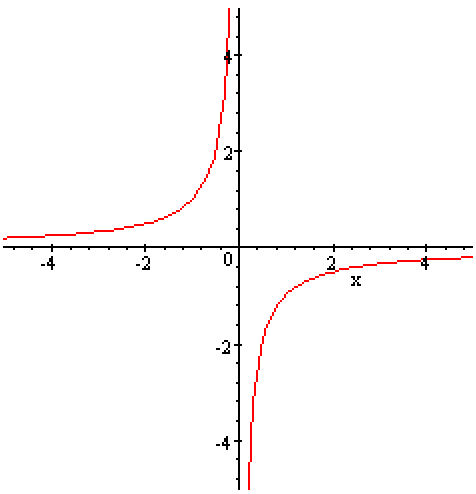
f دالة فردية و منه اقتصار دراستها على $]0;+\infty[$

ليكن x و y من $]0;+\infty[$ حيث $x \neq y$

$$\frac{f(x)-f(y)}{x-y} = \frac{1}{xy}$$

إذن f تزايدية على $]0;+\infty[$

x	$-\infty$ $\qquad$ 0 $\qquad$ $+\infty$
f	$\nearrow$ $\Vert$ $\nearrow$



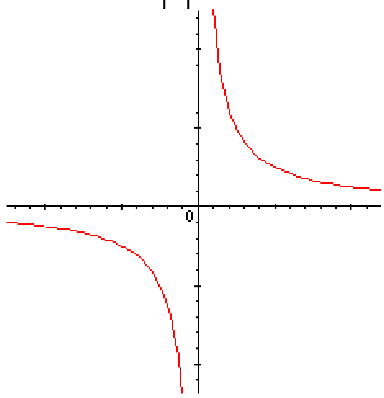
C_f هدلول مركزه O و مقارباه محورا المعلم

ب- الحالة العامة

نعتبر $f(x)=\dfrac{a}{x}$

إذا كان $a \succ 0$ فان

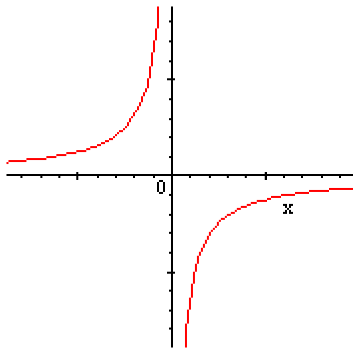
x	$-\infty$	0	$+\infty$
f	$\searrow$	$\Vert$	$\searrow$



C_f هدلول مركزه O و مقارباه محورا المعلم

إذا كان $a \prec 0$ فان

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f	$\nearrow$	$\Vert$	$\nearrow$



C_f هدلول مركزه O و مقارباه محورا المعلم

3- دراسة الدالة $x \to ax^2+bx+c$

تذكير إذا كان $M(x;y)$ و $\Omega(\alpha;\beta)$ بالنسبة للمعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ فان $M(X;Y)$ بالنسبة للمعلم $(\Omega;\vec{i};\vec{j})$

حيث $\begin{cases} X=x-\alpha \\ Y=y-\beta \end{cases}$

مثال1 لندرس f حيث $f(x)=2x^2-4x-3$

الشكل القانوني لـ $f(x)$ هو $f(x)=2(x-1)^2-5$

معادلة C_f في المعلم المتعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$ هي $y=2(x+1)^2-5$

أي $y+5=2(x-1)^2$

نضع $\begin{cases} X=x-1 \\ Y=y+5 \end{cases}$ نعتبر $\Omega(1;-5)$

إذن معادلة C_f في المعلم المتعامد $(\Omega;\vec{i};\vec{j})$ هي $Y=2X^2$

و منه C_f شلجم رأسه $\Omega(1;-5)$ ومحور تماثله المستقيم ذا المعادلة $x=1$ (محور أراتيب المعلم $(\Omega;\vec{i};\vec{j})$)

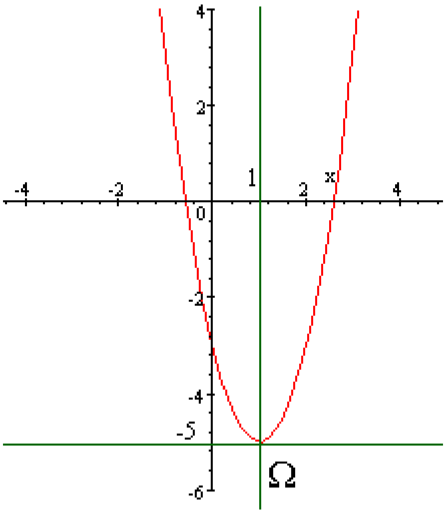
جدول التغيرات

x	$-\infty$ 1 $+\infty$
f	$\searrow$ -5 $\nearrow$

إنشاء المنحنى

x	0	1	2	3
$f(x)$	-3	-5	-3	3

$f(x)=0$ تكافئ $x=\dfrac{1+\sqrt{10}}{2}$ أو $x=\dfrac{1-\sqrt{10}}{2}$



مثال2 لندرس f حيث $f(x)=-x^2+2x+3$

الشكل القانوني لـ $f(x)$ هو $f(x)=-(x-1)^2+4$

معادلة C_f في المعلم المتعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$ هي $y=-(x-1)^2+4$

أي $y-4=-(x-1)^2$

نضع $\begin{cases} X=x-1 \\ Y=y-4 \end{cases}$ نعتبر $\Omega(1;4)$

إذن معادلة C_f في المعلم المتعامد $(\Omega;\vec{i};\vec{j})$ هي $Y=-X^2$

و منه C_f شلجم رأسه $\Omega(1;4)$ ومحور تماثله المستقيم ذا المعادلة $x=1$ (محور أراتيب المعلم $(\Omega;\vec{i};\vec{j})$)

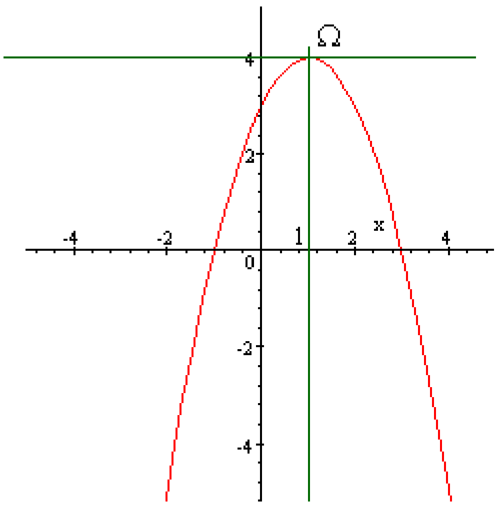
جدول التغيرات

x	$-\infty$ 1 $+\infty$
f	$\nearrow$ 4 $\searrow$

إنشاء المنحنى

$f(x)=0$ تكافئ $x=-1$ أو $x=3$

x	0	1	2	4
$f(x)$	3	4	3	-5



-4 دراسة الدالة $x \rightarrow \dfrac{ax+b}{cx+d}$

مثال 1 $f(x)=\dfrac{2x+1}{x-1}$

-* $D_f=\mathbb{R}-\{1\}$

-* بإنجاز القسمة الاقليدية نحصل على أن $f(x)=2+\dfrac{3}{x-1}$

معادلة C_f في المعلم المتعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$ هي $y=2+\dfrac{3}{x-1}$ أي $y-2=\dfrac{3}{x-1}$

نضع $\begin{cases} X=x-1 \\ Y=y-2 \end{cases}$ نعتبر $\Omega(1;2)$

إذن معادلة C_f في المعلم المتعامد $(\Omega;\vec{i};\vec{j})$ هي $Y=\dfrac{3}{X}$

و منه C_f هدلول مركزه $\Omega(1;2)$ و مقارباه المستقيمان اللذانعادلتيهما هما $x=1$ و $y=2$
(محورا المعلم $(\Omega;\vec{i};\vec{j})$)

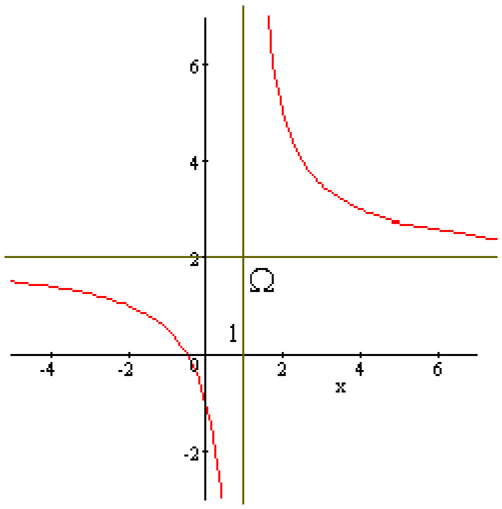
جدول التغيرات

x	$-\infty$		1		$+\infty$
f		$\searrow$	$\|\|$	$\searrow$	

إنشاء المنحنى

$f(x)=0$ تكافئ $x=-\dfrac{1}{2}$

x	0	1	2	5
$f(x)$	-1	//	5	$\dfrac{11}{4}$



مثال 2 $f(x)=\dfrac{2x+3}{x+2}$

-* $D_f=\mathbb{R}-\{-2\}$

-* بإنجاز القسمة الاقليدية نحصل على أن
$f(x)=2+\dfrac{-1}{x+2}$

معادلة C_f في المعلم المتعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$ هي $y=2+\dfrac{-1}{x+2}$ أي $y-2=\dfrac{-1}{x+2}$

نضع $\begin{cases} X=x+2 \\ Y=y-2 \end{cases}$ نعتبر $\Omega(-2;2)$

إذن معادلة C_f في المعلم المتعامد $(\Omega;\vec{i};\vec{j})$ هي $Y=\dfrac{-1}{X}$

و منه C_f هدلول مركزه $\Omega(-2;2)$ و مقارباه المستقيمان اللذان معادلتيهما هما $x=-2$ و $y=2$
(محورا المعلم $(\Omega;\vec{i};\vec{j})$)

جدول التغيرات

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
f	↗	‖	↗

إنشاء المنحنى

$f(x)=0$ تكافئ $x=-\frac{3}{2}$

x	-3	-2	-1	0	2
$f(x)$	1	//	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{7}{4}$