

# بعض التحويلات الاعتيادية

## I- تعريف و صيغ تحليلية

### 1- التقابل

#### تعريف

لتكن  $E$  و  $F$  مجموعتين غير فارغتين.

كل علاقة  $f$  تربط كل عنصر  $x$  من  $E$  بعنصر وحيد  $y$  من  $F$ ، تسمى تطبيقاً من  $E$  نحو  $F$

نكتب  $f : E \rightarrow F$

$x \rightarrow y$

العدد  $y$  يسمى صورة  $x$  بالتطبيق  $f$  نكتب  $y = f(x)$

العدد  $x$  تسمى سابق لـ  $y$  بالتطبيق  $f$

$E$  مجموعة الانطلاقة

$F$  مجموعة الوصول

#### تعريف

ليكن  $f$  التطبيق من  $E$  نحو  $F$

نقول إن  $f$  تطبيق تقابلي أو تقابل من  $E$  نحو  $F$  إذا و فقط إذا كان لكل عنصر من  $F$  له سابق وحيد

في  $E$  بواسطة  $f$

## 2- صيغ تحليلية – نقط صامدة

### (a) نشاط 1

في مستوى منسوب الى معلم م.م.  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، نعتبر  $M(x; y)$  و  $\Omega(a; b)$  نقطتين و  $\vec{u}(\alpha; \beta)$  متجهة

و  $k$  عددا حقيقيا غير منعدم.

1- حدد تحليليا صورة  $M$  بالإزاحة  $t$  ذات المتجهة  $\vec{u}$ ؟ هل  $t$  تقابل؟

2- حدد تحليليا صورة  $M$  بالتحاكي  $h$  الذي مركزه  $\Omega$  و نسبته  $k$ ؟ هل  $h$  تقابل؟

3- حدد تحليليا صورة  $M$  بالتمائل المركزي الذي مركزه  $\Omega$ ؟ هل  $S_\Omega$  تقابل؟

### الحل

$$-1 - * (M) = M' \text{ تكافئ } \overline{MM'} = \vec{u}$$

$$\begin{cases} x' = x + \alpha \\ y' = y + \beta \end{cases} \text{ تكافئ}$$

$$\text{النظمة } \begin{cases} x' = x + \alpha \\ y' = y + \beta \end{cases} \text{ تسمى صيغة تحليلية للإزاحة ذات المتجهة } \bar{u}(\alpha; \beta).$$

\*- من خلال الصيغة المتجهية أو التحليلية نستنتج أن لكل نقطة  $M$  من المستوى  $(P)$  صورة وحيدة  $M'$  في المستوى  $(P)$  بالإزاحة  $t$  و لكل نقطة  $M'$  من المستوى  $(P)$  سابق وحيد  $M$  في المستوى  $(P)$  بالإزاحة  $t$  إذن الإزاحة  $t$  تقابل في المستوى

### ملاحظات

\*- الإزاحة  $t_0$  هو التقابل الذي يربط كل نقطة من المستوى بنفسها

$$t_{-\bar{u}}(M') = M \text{ تكافئ } t_{\bar{u}}(M) = M' \text{ *-}$$

$$-2 \text{ *- } h(M) = M' \text{ تكافئ } \overline{\Omega M'} = k \overline{\Omega M}$$

$$\text{تكافئ } \begin{cases} x' = kx + (1-k)a \\ y' = ky + (1-k)b \end{cases}$$

$$\text{النظمة } \begin{cases} x' = kx + (1-k)a \\ y' = ky + (1-k)b \end{cases} \text{ تسمى صيغة تحليلية لتحاكي الذي مركزه } \Omega(a; b) \text{ و نسبته } k$$

\*- من خلال الصيغة المتجهية أو التحليلية نستنتج أن لكل نقطة  $M$  من المستوى  $(P)$  صورة وحيدة  $M'$  في المستوى  $(P)$  بالتحاكي  $h$  و لكل نقطة  $M'$  من المستوى  $(P)$  سابق وحيد  $M$  في المستوى  $(P)$  بالتحاكي  $h$

إذن التحاكي  $h$  تقابل في المستوى

### ملاحظات

\*- التحاكي الذي نسبته 1 هو التقابل الذي يربط كل نقطة من المستوى بنفسها

$$h_{\frac{1}{k}}(M') = M \text{ تكافئ } h_k(M) = M' \text{ *-}$$

$$-3 \text{ نلاحظ أن } S_{\Omega} = H(\Omega; -1)$$

### نشاط 2

في مستوى منسوب الى معلم م.م.  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، نعتبر  $(D): 2x - 3y - 3 = 0$  ;  $(\Delta): y = -2x + 1$

1- أنشئ الشكل

2- حدد  $M'$  صورة  $M$  بالتمائل المحوري  $S_{(D)}$ ؟ هل  $S_{(D)}$  تقابل؟

3- حدد تحليلاً  $M'$  مسقط  $M$  على  $(D)$  بتواز مع  $(\Delta)$

الحل

$$[MM'] \text{ منتصف } I \left( \frac{x+x'}{2}, \frac{y+y'}{2} \right) \text{ حيث } \begin{cases} (MM') \perp (D) \\ I \in (D) \end{cases} \text{ تكافئ } S_{(D)}(M) = M' \text{ -2}$$

$$\begin{cases} 3(x-x') + 2(y-y') = 0 \\ 2\left(\frac{x+x'}{2}\right) - 3\left(\frac{y+y'}{2}\right) - 3 = 0 \end{cases} \text{ تكافئ}$$

$$\begin{cases} x' = \frac{5}{13}x + \frac{12}{13}y + \frac{12}{13} \\ y' = \frac{12}{13}x - \frac{5}{13}y - \frac{18}{13} \end{cases} \text{ تكافئ}$$

$$S_{(D)} \text{ صيغة تحليلية للتماثل المحوري } \begin{cases} x' = \frac{5}{13}x + \frac{12}{13}y + \frac{12}{13} \\ y' = \frac{12}{13}x - \frac{5}{13}y - \frac{18}{13} \end{cases} \text{ النظمة}$$

التماثل المحوري تطبيق تقابلي في المستوى

$$\begin{cases} (MM') // (\Delta) \\ M' \in (D) \end{cases} \text{ تكافئ } M' \text{ مسقط } M \text{ على } (D) \text{ بتواز مع } (\Delta) \text{ تكافئ -3}$$

$$\begin{cases} 2(x-x') + (y-y') = 0 \\ 2x' - 3y' - 3 = 0 \end{cases} \text{ تكافئ}$$

$$\begin{cases} x' = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}y - \frac{3}{4} \\ y' = \frac{3}{4}x + \frac{3}{8}y + \frac{3}{8} \end{cases} \text{ تكافئ}$$

يربط النقطة  $M$  بالنقطة  $M'$  نكون قد حققنا تطبيقاً  $p$  من المستوى  $(P)$  نحو  $(D)$  يسمى إسقاط المستوى

$(P)$  على  $(D)$  بتواز مع  $(\Delta)$ .

$$\begin{cases} x' = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}y - \frac{3}{4} \\ y' = \frac{3}{4}x + \frac{3}{8}y + \frac{3}{8} \end{cases} \text{ صيغته التحليلية هي}$$

التطبيق  $p$  غير تقابلي لأن لكل نقطة  $M'$  من  $(D)$  ما لا نهاية من السوابق (جميع نقط المستقيم المار من  $M'$

و الموازي  $(\Delta)$ )

**تعريف الإسقاط**

$(D)$  و  $(D')$  مستقيمان متقاطعان

إسقاط مستوى  $(P)$  على مستقيم  $(D)$  بتواز مع  $(D')$  هو التطبيق الذي نرمز لها بـ  $p$  بحيث

$$p : (P) \rightarrow (D)$$

$$M \rightarrow M'$$

حيث  $M'$  مسقط  $M$  على  $(D)$  بتواز مع  $(D')$

### ملاحظة

- \*- الإسقاط  $p$  تطبيق غير تقابلي
- \*- إذا عوضنا  $(D')$  بأي مستقيم يوازيه فإن الإسقاط  $p$  لا يتغير
- \*- إذا كان  $(D) \perp (D')$  فإن الإسقاط  $p$  يسمى الإسقاط العمودي على المستقيم  $(D)$

### اصطلاح (c)

التطبيقات التالية : الإزاحة – التماثل المحوري – التماثل المركزي – الإسقاط لمستوى على مستقيم تسمى تحويلات في المستوى و نرمز لها بـ  $T$

نكتب  $T : (P) \rightarrow (P)$

$$M \rightarrow M'$$

$T(M) = M'$  تقرأ  $M'$  صورة  $M$  بالتحويل  $T$  (التحويل  $T$  يحول  $M$  إلى  $M'$ )

### النقط الصامدة (d)

### نشاط3

لنحدد النقط الصامدة بالتحويلات الاعتيادية السابقة

### تعريف

ليكن  $T$  تحويل في المستوى

نقول إن النقطة  $M$  صامدة بالتحويل  $T$  إذا و فقط إذا كان  $T(M) = M$

.....

### خاصيات

- \*- لا توجد أية نقطة صامدة بإزاحة ذات متجهة غير منعدمة
- \*- مجموعة النقط الصامدة بالتماثل المحوري  $S_{(D)}$  هو المستقيم  $(D)$ .
- \*- كل تحاك نسبه عدد غير منعدم يخالف 1 يقبل فقط مركزه كنقطة صامدة.
- التماثل المركزي يقبل فقط مركزه كنقطة صامدة.
- \*- مجموعة النقط الصامدة بإسقاط  $p$  للمستوى  $(P)$  على مستقيم  $(D)$  هو المستقيم  $(D)$ .

## II- التحويلات و الاستقامية

### 1- الخاصية المميزة للإزاحة

\*- لتكن  $M$  و  $N$  و  $M'$  و  $N'$  نقط من المستوى  $(P)$  حيث  $t_{\vec{u}}(N) = N'$  ;  $t_{\vec{u}}(M) = M'$

$$\overline{MM'} = \vec{u} \quad ; \quad \overline{NN'} = \vec{u} \quad \text{ومنه}$$

$$\overline{MN} = \overline{M'N'} \quad \text{إذن} \quad \overline{MM'} = \overline{NN'} \quad \text{و بالتالي}$$

\*- ليكن  $T$  التحويل حيث لكل نقطتين  $M$  و  $N$  من المستوى  $\overline{MN} = \overline{M'N'}$

$$T(M) = M' \quad ; \quad T(N) = N' \quad \text{و}$$

نحدد طبيعة  $T$

لتكن  $A$  نقطة معلومة و  $M$  نقطة ما من المستوى

$$T(A) = A' \quad \text{لنعتبر}$$

$$\overline{MA} = \overline{M'A'} \quad \text{تكافئ} \quad T(M) = M'$$

$$\overline{MM'} = \overline{AA'} \quad \text{تكافئ}$$

$$t_{\overline{AA'}}(M) = M' \quad \text{تكافئ}$$

$$T = t_{\overline{AA'}} \quad \text{إذن}$$

### مبرهنة

ليكن  $T$  تحويل في المستوى

يكون  $T$  إزاحة إذا و فقط إذا كانت  $T$  تحول كل نقطتين  $M$  و  $N$  من المستوى إلى نقطتين  $M'$

$$\overline{MN} = \overline{M'N'} \quad \text{و} \quad N' \quad \text{حيث}$$

### 2- الخاصية المميزة للتحاكي

### مبرهنة

ليكن  $T$  تحويل في المستوى و  $k$  عدد حقيقي غير منعدم يخالف 1

يكون  $T$  تحاك نسبه  $k$  إذا و فقط إذا كانت  $T$  تحول كل نقطتين  $M$  و  $N$  من المستوى إلى نقطتين

$$k \overline{MN} = \overline{M'N'} \quad \text{حيث} \quad M' \quad \text{و} \quad N'$$

### تمرين

$$\frac{2}{3} \quad A_1 \quad \text{و} \quad B_1 \quad \text{صورتي} \quad A \quad \text{و} \quad B \quad \text{بتحاك نسبه}$$

$$\frac{-1}{4} \quad A' \quad \text{و} \quad B' \quad \text{صورتي} \quad A_1 \quad \text{و} \quad B_1 \quad \text{بتحاك نسبه}$$

$$\frac{3}{2} \quad A'' \quad \text{و} \quad B'' \quad \text{صورتي} \quad A_1 \quad \text{و} \quad B_1 \quad \text{بتحاك نسبه}$$

حدد طبيعة التحويل الذي يحول  $A$  و  $B$  إلى  $A'$  و  $B'$  على التوالي

حدد طبيعة التحويل الذي يحول  $A$  و  $B$  إلى  $A''$  و  $B''$  على التوالي

### 4- الاستقامية و التحويلات

#### (a) نشاط 1

لتكن  $A$  ;  $B$  ;  $C$  ;  $D$  نقط من المستوى

حيث  $\overline{CD} = \alpha \overline{AB}$  نعتبر  $A'$  ;  $B'$  ;  $C'$  ;  $D'$

صورها على التوالي بأحد التحويلات التالية:  $t_{\bar{u}}$  ;  $h_k$  ;  $S_{\Omega}$

بين أن  $\overline{C'D'} = \alpha \overline{A'B'}$

\*- الحالة  $T = t_{\bar{u}}$

$\overline{AB} = \overline{A'B'}$  ومنه  $T(A) = A'$  ;  $T(B) = B'$

$\overline{CD} = \alpha \overline{AB}$  ومنه  $\overline{C'D'} = \alpha \overline{A'B'}$  وحيث أن  $T(C) = C'$  ;  $T(D) = D'$

\*- الحالة  $T = h_k$  .....

\*- الحالة  $T = S_{\Omega}$  .....

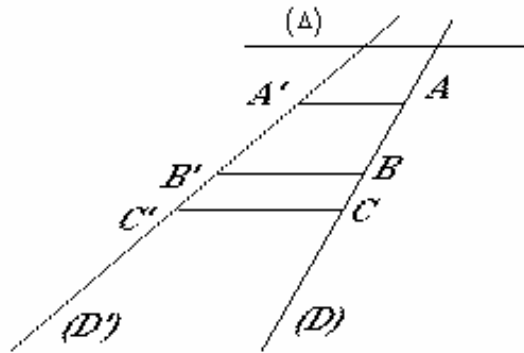
(b) تذكير لمبرهنة طاليس المباشرة و العكسية و تطبيقاتها

المبرهنة المباشرة

ليكن  $(D)$  و  $(D')$  مستقيمين غير موازيين لمستقيم ثالث  $(\Delta)$ . ليكن  $A$  ;  $B$  ;  $C$  نقط من  $(D)$

حيث  $A \neq B$

إذا كان  $A'$  ;  $B'$  ;  $C'$  مسافط  $A$  ;  $B$  ;  $C$  بالتوالي على  $(D')$  بتواز مع  $(\Delta)$  فإن  $\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'C'}}{\overline{A'B'}}$



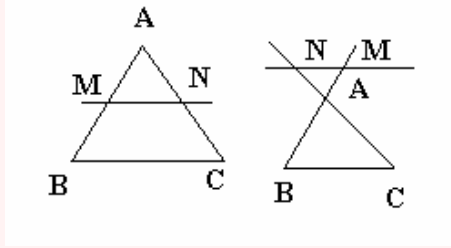
المبرهنة العكسية

ليكن  $(D)$  و  $(D')$  مستقيمين غير موازيين لمستقيم ثالث  $(\Delta)$ . ليكن  $A$  ;  $B$  نقطتين من

$(D)$  حيث  $A \neq B$

و  $A'$  ;  $B'$  مسقطيهما بالتوالي على  $(D')$  بتواز مع  $(\Delta)$

إذا كان  $C \in (D)$  و  $\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'C'}}{\overline{A'B'}}$  فإن  $C'$  مسقط  $C$  على  $(D')$  بتواز مع  $(\Delta)$



ليكن  $ABC$  مثلثا و  $M \in (AB)$

إذا كان  $N$  مسقط  $M$  على  $(AC)$

$$\frac{\overline{AM}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AN}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{MN}}{\overline{BC}} \text{ فان}$$

ليكن  $ABC$  مثلثا و  $M \in (AB)$

إذا كان  $\frac{\overline{AM}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AN}}{\overline{AC}}$  فان  $N$  مسقط  $M$  على  $(AC)$

تمارين حول طاليس

تمرين

$ABCD$  رباعي محدب قطراه متقاطعان في  $O$ . المستقيم المار من  $O$  و الموازي لـ  $(BC)$  يقطع

$(AB)$  في  $E$ . المستقيم المار من  $O$  و الموازي لـ  $(DC)$  يقطع  $(AD)$  في  $F$ .

$$\text{قارن } \frac{\overline{AE}}{\overline{AB}} \text{ و } \frac{\overline{AF}}{\overline{AD}} \text{ و استنتج أن } (BD) \parallel (EF)$$

تمرين

$ABC$  مثلث،  $D$  و  $E$  موقعا الارتفاعين المنشأين على التوالي من  $B$  و  $C$ . نعتبر  $H$  و  $F$  موقعا

ارتفاعي المثلث  $ADE$  المنشأين على التوالي من  $D$  و  $E$ .

بين أن  $(FH) \parallel (BC)$

نشاط 2

ليكن  $(D)$  و  $(D')$  مستقيمين متقاطعين و  $p$  إسقاط للمستوى على المستقيم  $(D)$  بتواز مع  $(D')$ .

$A ; B ; C ; D$  نقط من المستوى حيث  $A \neq B$ . لتكن  $A' ; B' ; C' ; D'$  مساقطها على

$(D)$  بتواز مع  $(D')$ .

1- لنفترض أن  $A ; B ; C$  نقط مستقيمية حيث  $\overline{AC} = \lambda \overline{AB}$

بين أن  $\overline{A'C'} = \lambda \overline{A'B'}$

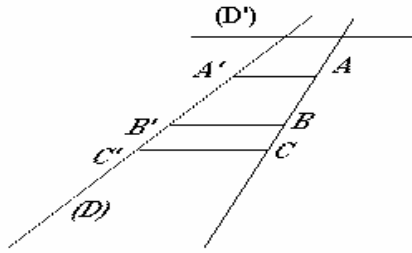
2- لنفترض أن  $\overline{AB} = \overline{CD}$

بين أن  $\overline{A'B'} = \overline{C'D'}$

3- لنفترض أن  $\overline{CD} = \alpha \overline{AB}$

بين أن  $\overline{C'D'} = \alpha \overline{A'B'}$

- 1



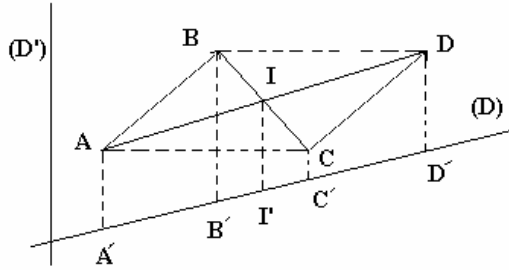
حسب طاليس فان  $\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'C'}}{\overline{A'B'}}$

وحيث أن  $\overline{AC} = \lambda \overline{AB}$  فان  $\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'C'}}{\overline{A'B'}} = \lambda$

ومنه  $\overline{A'C'} = \lambda \overline{A'B'}$  و نعلم أن  $C' \in (A'B')$

إذن  $\overline{A'C'} = \lambda \overline{A'B'}$

-2



$\overline{AB} = \overline{CD}$  تكافئ متوازي الأضلاع

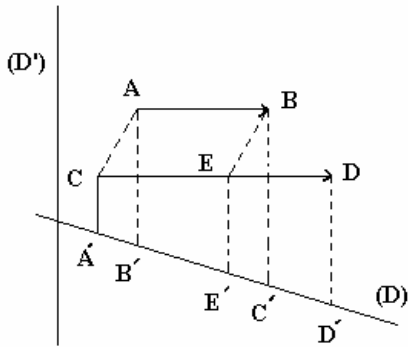
ليكن I مركز ABDC و I' مسقطها على (D) بتوازي (D')

لدينا  $\overline{IB} = -\overline{IC}$  ;  $\overline{IA} = -\overline{ID}$

ومنه حسب (1)  $\overline{I'B'} = -\overline{I'C'}$  ;  $\overline{I'A'} = -\overline{I'D'}$

إذن  $\overline{A'B'} = \overline{C'D'}$

-3



لدينا  $\overline{CD} = \alpha \overline{AB}$  نعتبر E حيث  $\overline{AB} = \overline{CE}$

ومنه  $\overline{CD} = \alpha \overline{CE}$

وبالتالي حسب (1) و (2) نستنتج  $\overline{A'B'} = \overline{C'E'}$

و  $\overline{C'D'} = \alpha \overline{C'E'}$

إذن  $\overline{C'D'} = \alpha \overline{A'B'}$

من النشاطين السابقين نستنتج:

(c) مبرهنة

ليكن T أحد التحويلات التالية : الإزاحة - التحاكي - التماثل المركزي - التماثل المحوري - الإسقاط

لمستوى على مستقيم

A ; B ; C ; D نقط من المستوى

إذا كان T يحول النقط A ; B ; C ; D بالتوالي إلى النقط A' ; B' ; C' ; D' حيث

$\overline{CD} = \alpha \overline{AB}$  فان  $\overline{C'D'} = \alpha \overline{A'B'}$

نعبر عن هذا بقولنا الإزاحة و التحاكي و التماثل المركزي و التماثل المحوري و الإسقاط لمستوى على

نتيجة

الإزاحة و التحاكي و التماثل المركزي و التماثل المحوري و الإسقاط لمستوى على مستقيم تحويلات تحافظ على استقامية النقط

تمرين

ليكن  $ABC$  مثلثا و  $E$  و  $F$  نقطتين حيث  $\overline{AE} = \frac{1}{4}\overline{AB}$  ;  $\overline{AF} = \frac{1}{4}\overline{AC}$  نعتبر  $(\Delta)$  مستقيم يقطع  $(AC)$

و لا يوازي  $(BC)$  لتكن  $E'$  و  $F'$  و  $B'$  و  $C'$  المساقط العمودية بالتوالي  $E$  و  $F$  و  $B$  و  $C$  على  $(\Delta)$

$$\text{بين أن } \overline{E'F'} = \frac{1}{4}\overline{B'C'}$$

(d) التحويلات و المرجح

$$G \text{ مرجح } (A; \alpha) \text{ و } (B; \beta) \text{ ومنه } \overline{GA} = \frac{-\beta}{\alpha}\overline{GB}$$

$$\text{نعتبر } G' \text{ و } A' \text{ و } B' \text{ صور } G \text{ و } A \text{ و } B \text{ بتحويل } T \text{ ومنه } \overline{G'A'} = \frac{-\beta}{\alpha}\overline{G'B'}$$

إن  $G'$  مرجح  $(A'; \alpha)$  و  $(B'; \beta)$

ملاحظة مرجح أكثر من نقطتين يرجع إلى مرجح نقطتين باستعمال خاصية التجميعية

خاصية

الإزاحة و التحاكي و التماثل المركزي و التماثل المحوري و الإسقاط لمستوى على مستقيم تحويلات تحافظ على المرجح

III- التحويل و المسافات

خاصية 1

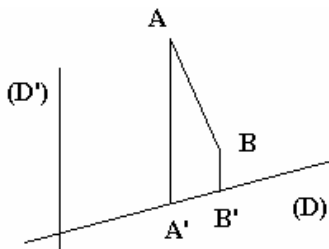
الإزاحة و التماثل المركزي و التماثل المحوري تحويلات تحافظ على المسافة أي إذا كان  $A'$  و  $B'$  صورتي  $A$  و  $B$  بأحد هذه التحويلات فإن  $AB = A'B'$

خاصية 2

التحاكي يضرب المسافات في القيمة المطلقة لنسبته أي إذا كان  $A'$  و  $B'$  صورتي  $A$  و  $B$  بتحاك نسبه  $k$  فإن  $A'B' = |k|AB$

ملاحظة

الإسقاط لا يحافظ على المسافة



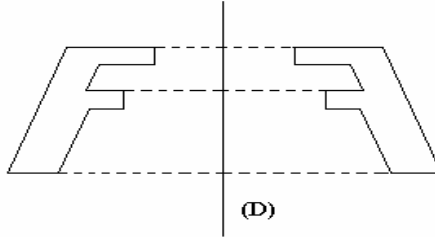
نلاحظ أن  $AB \neq A'B'$

## VI- صورة أشكال بتحويل

### 1- صورة شكل بتحويل

#### أنشطة

أنشئ صورة الشكل  $(F)$  بالتحويلات الإزاحة و التحاكي و التماثل المركزي و التماثل المحوري



#### تعريف

ليكن  $(F)$  شكلا

مجموعة صور نقط الشكل  $(F)$  بتحويل  $T$  تكون شكلا  $(F')$  يسمى صورة شكل  $(F)$  بالتحويل  $T$

نكتب  $T((F)) = (F')$

#### خاصية

صورة تقاطع شكلين  $(F_1)$  و  $(F_2)$  بتحويل  $T$  هو تقاطع  $(F_1')$  و  $(F_2')$  صورتني هذين الشكلين بهذا

التحويل

$$T((F_1) \cap (F_2)) = T((F_1)) \cap T((F_2))$$

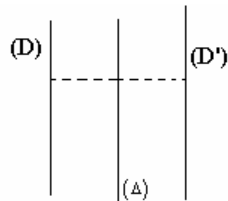
## 2- صور أشكال اعتيادية بتحويل

### أ- صورة مستقيم

\*- صورة مستقيم  $(D)$  بتماثل محوري  $S_{(\Delta)}$  هو مستقيم  $(D')$

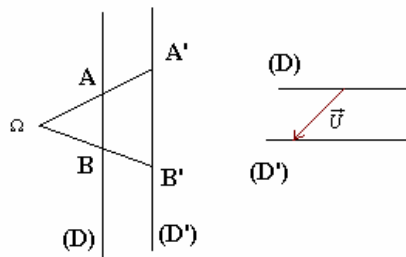
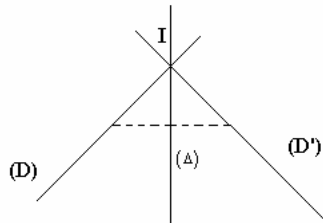
+ إذا كان  $(D)$  يقطع  $(\Delta)$  في نقطة  $I$  فان  $(D')$  يقطع  $(\Delta)$  في نقطة  $I$

+ إذا كان  $(D) \parallel (\Delta)$  فان  $(D') \parallel (\Delta)$



+ إذا كان  $(D) \perp (\Delta)$  فان  $(D) = (D')$

\*- صورة مستقيم  $(D)$  بإزاحة أو تحاك هو مستقيم  $(D')$  يوازيه



## ملاحظة

\*- صورة مستقيم  $(D)$  بتحاك مركزه ينتمي إلى  $(D)$  هو المستقيم نفسه

\*- صورة مستقيم  $(D)$  بإزاحة متجهتها موجهة لـ  $(D)$  هو المستقيم نفسه

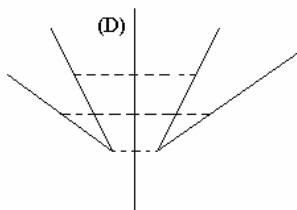
## ب- صورة دائرة

\*- صورة دائرة مركزها  $O$  و شعاعها  $r$  بإزاحة أو تماثل محوري أو تماثل مركزي هو دائرة مركزها  $O'$  صورة  $O$  و شعاعها  $r$

\*- صورة دائرة مركزها  $O$  و شعاعها  $r$  بتحاك نسبته  $k$  هو دائرة مركزها  $O'$  صورة  $O$  و شعاعها  $|k|r$

## 3- التحويلات و الزوايا

### خاصية



الإزاحة و التحاكي و التماثل المركزي و التماثل المحوري تحافظ على قياس

الزوايا

## 4- التحويلات و التوازي و التعامد

### خاصية

الإزاحة و التحاكي و التماثل المركزي و التماثل المحوري تحافظ على التوازي و التعامد

## 5- محاور تماثل شكل – مراكز تماثل شكل

### أ- تعريف

نقول إن المستقيم  $(D)$  محور تماثل شكل  $(F)$  إذا و فقط إذا كان  $S_{(D)}((F)) = (F)$

### أمثلة

+ محاور تماثل مستقيم هو المستقيم نفسه و جميع المستقيومات العمودية عليه.

+ محاور تماثل دائرة هي حاملات أقطارها

+ محاور تماثل زاوية هو حامل منصفها

### ب تعريف

نقول إن النقطة  $I$  مركز تماثل شكل  $(F)$  إذا و فقط إذا كان  $S_I((F)) = (F)$

### أمثلة

+ مركز تماثل مستقيم جميع نقطه

+ مركز تماثل دائرة هي دائرته

+ مركز تماثل متوازي الأضلاع هو مركزه

## تمارين

### تمرين 1

$ABCD$  رباعي محدب قطراه متقاطعان في  $O$ . المستقيم المار من  $O$  و الموازي لـ  $(BC)$  يقطع  $(AB)$

في  $E$ . المستقيم المار من  $O$  و الموازي لـ  $(DC)$  يقطع  $(AD)$  في  $F$ .

قارن  $\frac{AE}{AB}$  و  $\frac{AF}{AD}$  و استنتج أن  $(BD) \parallel (EF)$

### تمرين 2

$ABC$  مثلث،  $D$  و  $E$  موقعا الارتفاعين المنشأين على التوالي من  $B$  و  $C$ .

$H$  و  $F$  موقعا ارتفاعي المثلث  $ADE$  المنشأين على التوالي من  $E$  و  $D$ .

بين أن  $(FH) \parallel (BC)$

### تمرين 3

ليكن  $ABCD$  متوازي الأضلاع ( $\widehat{DAB}$ ) زاوية منفرجة) و  $E$  و  $F$  نقطتين حيث

$$\overline{AF} = \frac{2}{3}\overline{AD} \quad \overline{AE} = -\frac{1}{3}\overline{AB}$$

ليكن  $K$  تقاطع  $(AC)$  و  $(EF)$ . نعتبر  $B'$  و  $D'$  مسقطا  $B$  و  $D$  على  $(AC)$  بتواز مع  $(EF)$

1- بين أن  $[AC]$  و  $[B'D']$  لهما نفس المنتصف

2- بين أن  $\overline{AK} = \frac{2}{3}\overline{AD}'$  و  $\overline{AK} = -\frac{1}{3}\overline{AB}'$

3- عبر عن  $\overline{AC}$  بدلالة  $\overline{AK}$

### تمرين 4

في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ . نعتبر  $h$  تحاك مركزه  $\Omega(-2;1)$  نسبته  $\frac{-3}{2}$

و  $t$  إزاحة متجهته  $\vec{u}(1;3)$  و  $(D): -2x + y - 3 = 0$  و  $(\Delta): -x - y + 1 = 0$

ليكن  $T$  تحويل معرف بالصيغة التحليلية  $\begin{cases} x' = -3x + 2 \\ y' = -3y - 4 \end{cases}$

1- حدد صيغ تحويلية لتحويلات  $h$  و  $t$  و  $S_{(\Delta)}$

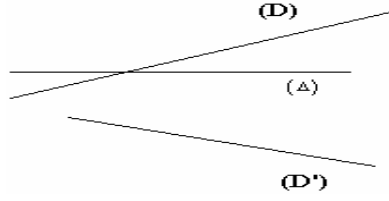
2- حدد صورة المستقيم  $(D)$  بكل من التحويلات  $h$  و  $t$  و  $S_{(\Delta)}$

3- أ- بين أن  $T$  تحاك و حدد عناصره المميزة.

ب- حدد صورة الدائرة  $C(\Omega;2)$  بالتحويل  $T$

## تمرين 5

نعتبر الشكل



أوجد نقطة  $A$  من  $(D)$

و  $B$  من  $(D')$  حيث

$$S_{(\Delta)}(A) = B$$

## تمرين 6

$ABC$  مثلث و  $M \in (BC)$  حيث  $M \neq B$   $M \neq C$

1- أنشئ المستقيم  $(\Delta)$  الموازي لـ  $(BC)$  و المار من  $A$

2- الموازي لـ  $(AB)$  المار من  $M$  يقطع  $(\Delta)$  في  $D$  و الموازي لـ  $(AC)$  المار من  $M$  يقطع  $(\Delta)$  في  $E$

حدد صورة كل من  $(CA)$  و  $(CM)$  بالتماثل المركزي  $S_I$  حيث  $I$  منتصف  $[AM]$  استنتج  $S_I(C)$



## تمرين 7

ليكن  $ABCD$  متوازي الأضلاع و  $I$  و  $J$  نقطتين معرفتين بـ  $\overline{CI} = \frac{2}{3}\overline{CB}$  ;  $\overline{IJ} = \overline{DC}$

1- أنشئ الشكل

2- بين أن  $(BJ)$  صورة  $(AI)$  بالإزاحة  $t_{\overline{AB}}$

1- نعتبر التحاكي  $h$  ذا المركز  $I$  و الذي يحاول  $B$  إلى  $C$

a. بين أن  $h((AB)) = (CD)$

b. أثبت أن بسبة  $h$  هي العدد 2-

2- لتكن  $K$  نقطة حيث  $\overline{KI} = 2\overline{AB}$

أ- بين أن  $h(J) = K$

ب- أثبت أن  $AI = \frac{1}{2}CK$

## تمرين 8

نعتبر  $(C)$  دائرة مركزها  $\Omega$  و شعاعها 4 و  $A$  نقطة من  $(C)$

1- أ) حدد ثم أنشئ  $(C')$  صورة  $(C)$  بالتحاكي  $h$  الذي مركزه  $\Omega$  ونسبته  $\frac{3}{2}$ .

ب) استنتج انشاء النقطة  $Q$  صورة  $A$  بالتحاكي  $h$

2- نعتبر نقطة  $B$  من  $(C)$  بحيث  $A$  و  $\Omega$  و  $B$  غير مستقيمية

المستقيم المار من  $Q$  و الموازي للمستقيم  $(AB)$  يقطع  $(C')$  في  $R$ .

أثبت أن  $B$  و  $\Omega$  و  $R$  مستقيمية

## تمرين 9

ليكن  $A$  و  $B$  نقطتين مختلفين. نعتبر  $T$  تحويل يربط  $M$  بـ  $M'$  حيث  $\overline{MM'} = 2\overline{MA} + \overline{MB}$

حدد طبيعة  $T$  و عناصرها المميزة.

تمرين

$ABC$  مثلث محاط بدائرة  $(C)$  مركزها  $O$  و أحد أقطارها  $[AD]$ . لتكن  $I$  منتصف  $[BC]$  و  $B'$  و  $C'$

صورتا  $B$  و  $C$  بالتحاكي  $h(A; 2)$ . النقطة  $H$  المسقط العمودي لـ  $D$  على

المستقيم  $(B'C')$

1- أنشئ الشكل

2- بين أن  $H$  منتصف  $[B'C']$

3- بين أن  $h(I) = H$  ثم استنتج أن  $A$  و  $I$  و  $H$  مستقيمية

## تمرين 10

لتكن (C) دائرة مركزها O وشعاعها R و M نقطة من (C) و A و B و N نقط حيث AMBN متوازي

الأضلاع

ما هو المحل الهندسي للنقطة N عندما تتغير النقطة M على (C)

( يمكن اعتبار التماثل المركزي  $S_I$  حيث I مركز AMBN )