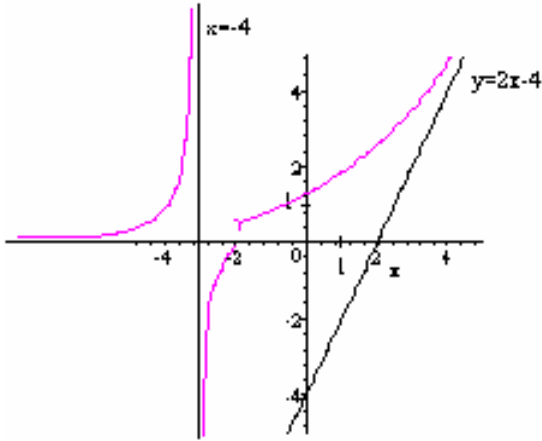


I- أنشطة و تذكير

1- أنشطة

(1) الشكل التالي يمثل منحنى دالة f في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(o; \vec{i}; \vec{j})$.
المستقيمات (D) و (Δ) و محور الأفاصيل مقاربات للمنحنى C_f .



انطلاقا من المنحنى C_f حدد

$$\lim_{x \rightarrow -4^-} f(x) ; \lim_{x \rightarrow -4^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) ; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} ; \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (2x - 4))$$

(2) هل f متصلة في 0 ؟ هل f متصلة في -2 ؟
أحسب

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - x - 6}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+5} - 2}{x+1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2}$$

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 2x} + x$$

$$\lim_{|x| \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x} - 2}{2x}$$

$$\begin{cases} f(x) = ax^2 + 3 & x \leq 1 \\ f(x) = \frac{x-1}{x+2} & x > 1 \end{cases}$$

(3) أ- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بـ

حدد a لكي تكون f متصلة في \mathbb{R}

ب- نعتبر الدالة f المعرفة بـ $f(x) = \frac{\sin^2 x}{2x^2}$

أعط تمديدا بالاتصال لـ f عند النقطة 1

(4) أ- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin x + 2x = +\infty$

ب- حدد $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sin x + \sin \frac{1}{\sqrt{x}}$

2- تذكير (ملخص)

تعريف (A)

أ- النهايات

* لتكن f دالة معرفة على مجال مفتوح منقط مركزه x_0 .

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l \Leftrightarrow (\forall \varepsilon > 0) (\exists \alpha > 0) (\forall x \in D_f) 0 < |x - x_0| < \alpha \Rightarrow |f(x) - l| < \varepsilon$$

* لتكن f دالة معرفة على مجال من نوع $]a; +\infty[$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \Leftrightarrow (\forall A > 0) (\exists B > 0) \forall x \in D_f \quad x > B \Rightarrow f(x) > A$$

ملاحظة بالمثل نعرف النهايات الأخرى .

ب- الاتصال

لتكن f دالة معرفة على مجال مفتوح مركزه x_0 .

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0) \Leftrightarrow f \text{ متصلة في } x_0$$

ج- التمديد بالاتصال

لتكن f دالة غير معرفة في x_0 لكن لها نهاية l في x_0

الدالة g المعرفة كما يلي $\begin{cases} g(x) = f(x) & (x \in D_f) \\ g(x_0) = l \end{cases}$ هي دالة متصلة في x_0 تسمى التمديد بالاتصال

l في f

د- الاتصال على مجال

تكون متصلة على $]a;b[$ إذا و فقط إذا كانت متصلة في كل نقطة من $]a;b[$.

تكون متصلة على $[a;b]$ إذا و فقط إذا كانت متصلة في كل نقطة من $[a;b]$ و متصلة على اليمين في a

و متصلة على اليسار في b .

(بنفس الطريقة نعرف الاتصال على مجالات أخرى)

(B) العمليات على النهايات

تعتبر دالتين f و g .

عند x_0 أو عند x_0 على اليمين أو عند x_0 على اليسار أو عند $+\infty$ أو عند $-\infty$ تكون لدينا النتائج التالية:

نهاية $\frac{f}{g}$	نهاية $f \times g$	نهاية $f + g$	نهاية g	نهاية f
$(l' \neq 0) \frac{l}{l'}$	$l \times l'$	$l + l'$	l'	l
0	∞ مع وضع إشارة l	$+\infty$	$+\infty$	$l \neq 0 \quad l$
0	∞ مع وضع عكس إشارة l	$-\infty$	$-\infty$	$l \neq 0 \quad l$
∞ مع وضع إشارة l	0	l	0^+	$l \neq 0$ حيث l
∞ مع وضع عكس إشارة l	0	l	0^-	$l \neq 0$ حيث l
شكل غير محدد 0	0	0	0	0
0	شكل غير محدد	$+\infty$	$+\infty$	0
0	شكل غير محدد	$-\infty$	$-\infty$	0
شكل غير محدد	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$
شكل غير محدد	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
شكل غير محدد	$-\infty$	شكل غير محدد	$-\infty$	$+\infty$
∞ مع وضع إشارة l	∞ مع وضع إشارة l	$+\infty$	$l \neq 0$ حيث l	$+\infty$
∞ مع وضع عكس إشارة l	∞ مع وضع عكس إشارة l	$-\infty$	$l \neq 0$ حيث l	$-\infty$

نهاية \sqrt{f}	نهاية f
\sqrt{l}	$l \geq 0$
$+\infty$	$+\infty$

ب- نهايات دوال مثلثة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

ج- النهايات والترتيب

- f و g و h دوال معرفة على مجال مفتوح منقط I مركزه x_0
- * إذا كان لكل x من I ، $|f(x) - l| \leq u(x)$ و كان $\lim_{x \rightarrow x_0} u(x) = 0$ فان $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l$
 - * إذا كان $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l$ و f موجبة على I فان $l \geq 0$
 - * إذا كان $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l$ بحيث $l \neq 0$ فانه يوجد مجال مفتوح منقط J مركزه x_0 بحيث $\forall x \in J \quad f(x) \times l > 0$
 - * إذا كان $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l$ و $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = l'$ و كان $f \geq g$ على I فان $l \geq l'$
 - * إذا كان $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l$ و كان $f \geq h \geq g$ على I فان $\lim_{x \rightarrow x_0} h(x) = l$
 - * إذا كان لكل x من I ، $f(x) \geq u(x)$ و كان $\lim_{x \rightarrow x_0} u(x) = +\infty$ فان $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$
 - * إذا كان لكل x من I ، $f(x) \leq u(x)$ و كان $\lim_{x \rightarrow x_0} u(x) = -\infty$ فان $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$

ملاحظة الخصائص السابقة تبقى صالحة عند $+\infty$ أو عند $-\infty$ أو عند x_0 على اليمين أو عند x_0 على اليسار مع تعويض I على التوالي بالمجالات $]a; +\infty[$ و $]-\infty; a[$ و $]x_0; x_0 + \alpha[$ و $]x_0 - \alpha; x_0[$ ($\alpha > 0$)

II - مركبة دالتين- مبرهنة القيم الوسيطة

1- اتصال مركبة دالتين

أ- خاصية

لتكن f دالة معرفة على مجال I و g دالة معرفة على مجال J حيث $f(I) \subset J$ ، ليكن $x_0 \in I$ إذا كانت f متصلة في x_0 و g دالة متصلة في $f(x_0)$ فان $g \circ f$ متصلة في x_0 .

ملاحظة الخاصية تبقى صالحة إذا عوضنا الاتصال في x_0 بالاتصال في x_0 على اليمين أو في x_0 على اليسار

خاصية

لتكن f دالة معرفة على مجال I و g دالة معرفة على مجال J حيث $f(I) \subset J$ إذا كانت f متصلة على I و g دالة متصلة على J فان $g \circ f$ متصلة على I .

مثال نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي المعرفة بـ $f(x) = \sin\left(\frac{2x^2 - 3}{x - 2}\right)$

$$D_f =]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$$

الدالة $u : x \rightarrow \frac{2x^2 - 3}{x - 2}$ متصلة على كل من المجالين $]2; +\infty[$ و $]-\infty; 2[$

الدالة $v : x \rightarrow \sin x$ متصلة على \mathbb{R} و $v(]2; +\infty[) \subset \mathbb{R}$ و $v(]-\infty; 2[) \subset \mathbb{R}$ و $v = u \circ f$

إذن f متصلة على كل من المجالين $]2; +\infty[$ و $]-\infty; 2[$

ملاحظة الخاصية العكسية للخاصية السابقة غير صحيحة

مثال مضاد

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad g \circ f(x) = 3 \quad g(x) = 3 \quad \begin{cases} f(x) = 2x & x \neq 1 \\ f(1) = 0 \end{cases}$$

$g \circ f$ متصلة في 1 و مع ذلك f غير متصلة في 1.

ب- لتكن f دالة معرفة على مجال مفتوح منقط I مركزه x_0 و g دالة معرفة على مجال J حيث $f(I) \subset J$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l \quad \text{و } g \text{ دالة متصلة في } l$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} g \circ f(x) = g(l) \quad \text{لنبين أن}$$

$$(h(x_0) = l) \quad \text{لتكن } h \text{ تمديد بالاتصال للدالة } f \text{ في المجال } I \cup \{x_0\}$$

إذن h متصلة في x_0 و بالتالي $g \circ h$ متصلة في x_0

لدينا $g \circ f$ و $g \circ h$ متساويتان على I

$$\lim_{x \rightarrow x_0} g \circ f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g \circ h(x) = g \circ h(x_0) = g(l) \quad \text{ومنه}$$

خاصة

لتكن f دالة معرفة على مجال مفتوح منقط I مركزه x_0 و g دالة معرفة على مجال J حيث $f(I) \subset J$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l \quad \text{و } g \text{ دالة متصلة في } l \quad \text{فإن } \lim_{x \rightarrow x_0} g \circ f(x) = g(l)$$

ملاحظة الخاصة تبقى صالحة عند $\pm\infty$ أو عند x_0 على اليمين أو عند x_0 على اليسار.

$$\text{مثال} \quad \text{حدد } \lim_{x \rightarrow 0} \cos\left(\frac{\sin \pi x}{4x}\right)$$

2- صورة مجال بدالة متصلة

أ- أنشطة حدد مبيانيا صورة المجالين I و J بالدالة f في الحالتين

$$J = \mathbb{R} \quad ; \quad I = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \quad ; \quad f(x) = \sin x - 1$$

$$J =]-\infty; 0] \quad ; \quad I = [-1; 2] \quad ; \quad f(x) = x^2 - 2$$

خاصة

صورة قطعة بدالة متصلة هي قطعة.

ملاحظة

* إذا كانت f متصلة على $[a; b]$ فإنه يوجد α و β من $[a; b]$ حيث

$$f([a; b]) = [m; M] \quad \text{و} \quad m = f(\beta) = \inf_{x \in [a; b]} (f(x)) \quad M = f(\alpha) = \sup_{x \in [a; b]} (f(x))$$

* إذا كان I مجالاً من \mathbb{R} و $f(I)$ ليس مجالاً من \mathbb{R} فإن f غير متصلة على I

* في الخاصة الشرط f متصلة شرط كاف ولكن غير لازماً أي يمكن أن تكون صورة مجال بدالة غير متصلة هي مجال

$$\text{مثال} \quad \text{نعتبر } f \text{ الدالة العددية المعرفة على } [-2; 3] \text{ بـ: } \begin{cases} f(x) = x + 2 & x \in [-2; 0[\\ f(x) = x - 1 & x \in [0; 3] \end{cases}$$

$$f([-2; 3]) = [-1; 2]$$

و مع ذلك f غير متصلة على $[-2; 3]$ لأنها غير متصلة في 0

3- مبرهنة القيم الوسيطة

* لتكن f متصلة على $[a; b]$

نبين أن لكل λ محصور بين $f(a)$ و $f(b)$ يوجد على الأقل عدد c من $[a; b]$ حيث $f(c) = \lambda$

بما أن f متصلة على $[a; b]$ يوجد m و M من \mathbb{R} حيث $f([a; b]) = [m; M]$

$$m = \inf_{x \in [a; b]} (f(x)) \quad M = \sup_{x \in [a; b]} (f(x))$$

و منه f شمولية من $[a; b]$ نحو $[m; M]$ و بما أن $f(a)$ و $f(b)$ ينتميان إلى $[m; M]$

فإن $\lambda \in [m; M]$

و منه يوجد c من $[a;b]$ حيث $f(c) = \lambda$.

مبرهنة القيم الوسيطة

إذا كانت f متصلة على $[a;b]$ فان لكل λ محصور بين $f(a)$ و $f(b)$ يوجد على الأقل عدد c من $[a;b]$ حيث $f(c) = \lambda$.

نتيجة

إذا كانت f متصلة على $[a;b]$ وكان $f(a) \cdot f(b) < 0$ فان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل على الأقل حلا في $[a;b]$.

تمرين بين أن المعادلة $2 \sin x = x$ تقبل حلا في $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$

III- الدالة العكسية لدالة متصلة ورتبية قطعا على مجال

أ- دالة متصلة ورتبية قطعا على مجال

خاصية

إذا كانت دالة f متصلة ورتبية قطعا على مجال I فان f تقابل من I نحو المجال $f(I)$

خاصية

إذا كانت f متصلة ورتبية قطعا على $[a;b]$ وكان $f(a) \cdot f(b) < 0$ فان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا في $[a;b]$.

تمرين بين أن المعادلة $x^3 + x + 1 = 0$ تقبل حلا وحيدا في $\left[-1; -\frac{1}{2}\right]$

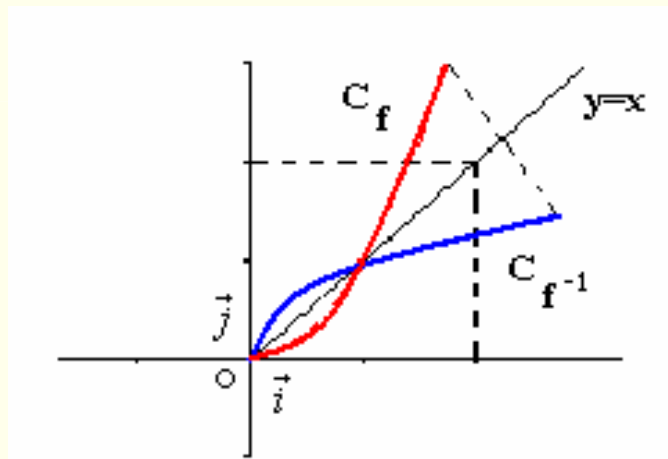
ب- الدالة العكسية لدالة متصلة ورتبية قطعا

خاصية

إذا كانت دالة f متصلة ورتبية قطعا على مجال I فانها تقبل دالة عكسية نرمز لها f^{-1} تكون متصلة على $f(I)$ ولها نفس منحنى تعبيرات f و منحناها $C_{f^{-1}}$ هو مماثل المنحنى C_f بالنسبة للمنصف الأول في معلم متعامد و ممنظم.

$$\forall x \in f(I) \quad \forall x \in I \quad f^{-1}(x) = y \Leftrightarrow x = f(y)$$

$$\forall x \in f(I) \quad f \circ f^{-1}(x) = x \quad ; \quad \forall x \in I \quad f^{-1} \circ f(x) = x$$



تمرين لتكن f الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$

بين أن القصور g للدالة f على $[-1;1]$ تقابل من $[-1;1]$ نحو مجال I يجب تحديده ثم دد g^{-1}

IV- دالة الجذر من الرتبة n

1- تعريف و خاصية

ليكن $n \in \mathbb{N}^*$

بين أن الدالة $x \rightarrow x^n$ تقابل من \mathbb{R}^+ إلى \mathbb{R}^+

تعريف و خاصية

ليكن $n \in \mathbb{N}^*$
 الدالة $x \rightarrow x^n$ تقابل من \mathbb{R}^+ إلى \mathbb{R}^+ و تقابلها العكسي يسمى دالة الجذر من الرتبة n يرمز له بـ $\sqrt[n]{}$
 لكل عنصر x من \mathbb{R}^+ ، $\sqrt[n]{x}$ يقرأ الجذر من الرتبة n للعدد x .
 $\forall (x; y) \in \mathbb{R}^{+2} \quad \sqrt[n]{x} = y \Leftrightarrow x = y^n$

ملاحظة و اصطلاح

ليكن $x \in \mathbb{R}^+$
 - $\sqrt{x} = \sqrt[2]{x}$; $\sqrt[3]{x} = \sqrt[3]{x}$
 - $\sqrt[3]{x}$ يسمى الجذر المكعب للعدد x

نتائج

ليكن $n \in \mathbb{N}^*$

$\forall (x; y) \in \mathbb{R}^{+2} \quad (\sqrt[n]{x})^n = x$
 $\sqrt[n]{x} = \sqrt[n]{y} \Leftrightarrow x = y$
 $\sqrt[n]{x} < \sqrt[n]{y} \Leftrightarrow x < y$
 * الدالة $x \rightarrow \sqrt[n]{x}$ متصلة على \mathbb{R}^+
 * $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{x} = +\infty$

2- حل المعادلة $x^n = a$ $x \in \mathbb{R}$

تمرين حل في \mathbb{R} المعادلات $x^4 = 5$; $x^7 = -8$; $x^5 = 243$

تمرين ليكن $n \in \mathbb{N}^*$ و $a \in \mathbb{R}$ حل وناقش في \mathbb{R} المعادلة $x^n = a$

3- العمليات على الجذور

ليكن $(a; b) \in \mathbb{R}^{+2}$; $(n; p) \in \mathbb{N}^{*2}$

$$(\sqrt[n]{a})^p = \sqrt[n]{a^p} \quad ; \quad \sqrt[n]{a} = \sqrt[np]{a^p} \quad ; \quad \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \quad (b \neq 0)$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[p]{a}} = \sqrt[np]{a} \quad ; \quad \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

البرهان $\sqrt[n]{a} = \sqrt[np]{a^p} \Leftrightarrow (\sqrt[n]{a})^{pn} = (\sqrt[np]{a^p})^{pn} \Leftrightarrow \left((\sqrt[n]{a})^n \right)^p = a^p \Leftrightarrow a^p = a^p$

تمرين 1- برهن أن $\forall a \in \mathbb{R}^+ \quad \forall (n; m) \in \mathbb{N}^{*2} \quad \sqrt[n]{a} \sqrt[m]{a} = \sqrt[nm]{a^{n+m}}$

2- بسط
$$\frac{\sqrt[3]{1024} \sqrt[5]{32}}{\sqrt[4]{64} \sqrt[3]{\sqrt{256}} \sqrt{18}}$$

3- قارن $\sqrt[5]{2}$; $\sqrt[3]{3}$

4- اتصال ونهاية مركبة دالة و دالة الجذر النوني

خاصيات

لتكن f دالة موجبة على مجال I و x_0 عنصرا من I

❖ اذا كانت f متصلة على I فان $\sqrt[n]{f}$ متصلة على I

❖ اذا كانت $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l$ فان $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{l}$

❖ اذا كانت $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ فان $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt[n]{f(x)} = +\infty$

ملاحظة الخاصيتان تظلان صالحتين عندما يؤول x إلى x_0 على اليمين أو إلى x_0 على اليسار أو إلى $+\infty$ أو إلى $-\infty$

1- بين أن الدالة $x \rightarrow \sqrt[5]{x^2 - 2x - 3}$ متصلة في كل نقطة من حيز تعريفها . تمرين

2- حدد $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[8]{x^3 - x + 3}$; $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt[5]{x^3 + 8}$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+1} - 1}{x}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[6]{x^3 + x + 1}}{\sqrt{x+1}}$

5- القوة الجذرية لعدد حقيقي موجب
(امتداد للقوة الصحيحة النسبية)

تعريف

ليكن $r \in \mathbb{Q}^*$; $a \in \mathbb{R}^+$

العدد a^r هو العدد $\sqrt[q]{a^p}$ حيث $r = \frac{p}{q}$; $(p; q) \in \mathbb{Z}^* \times \mathbb{N}^*$ و يسمى القوة الجذرية للعدد a ذات الأس r .

ملاحظة $a \in \mathbb{R}^{+*}$ $a^0 = 1$

6- العمليات على القوة الجذرية

ليكن $(a; b) \in \mathbb{R}_+^{*2}$; $(r; r') \in \mathbb{Q}^2$

$$a^r a^{r'} = a^{r+r'} ; a^r b^r = (ab)^r ; (a^r)^{r'} = a^{rr'}$$

$$\frac{1}{a^r} = a^{-r} ; \frac{a^r}{b^r} = \left(\frac{a}{b}\right)^r ; \frac{a^r}{a^{r'}} = a^{r-r'}$$

البرهان نضع $r = \frac{p}{q}$; $r' = \frac{n}{m}$ ومنه $a^r a^{r'} = \sqrt[q]{a^p} \sqrt[m]{a^n} = \sqrt[qm]{a^{pm} m^q} \sqrt[m]{a^n} = \sqrt[qm]{a^{pm+nq}} = a^{\frac{pm+nq}{qm}} = a^{r+r'}$

7- دوال عكسية لدوال مثلثة

أ- دالة قوس الظل

1- خاصية و تعريف

الدالة $x \rightarrow \tan x$ تقابل من $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ نحو \mathbb{R} و تقابلها العكسي يسمى دالة قوس الظل و يرمز لها بـ \arctan

$$\forall x \in \mathbb{R} ; \forall y \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \quad \arctan x = y \Leftrightarrow x = \tan y$$

2- نتائج

* - الدالة $x \rightarrow \arctan x$ متصلة على \mathbb{R} و فردية

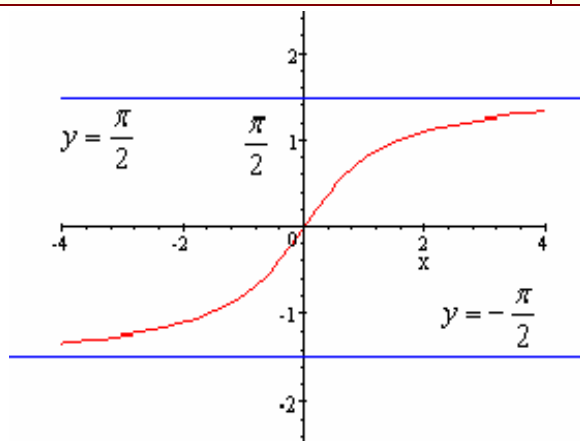
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \arctan x = \frac{\pi}{2} ; \lim_{x \rightarrow -\infty} \arctan x = -\frac{\pi}{2}$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad \tan(\arctan x) = x$$

$$\forall x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \quad \arctan(\tan x) = x$$

$$\forall (x_1; x_2) \in \mathbb{R}^2 \quad \arctan x_1 = \arctan x_2 \Leftrightarrow x_1 = x_2$$

$$\forall (x_1; x_2) \in \mathbb{R}^2 \quad \arctan x_1 < \arctan x_2 \Leftrightarrow x_1 < x_2$$



3- التمثيل المبياني لدالة قوس الظل

ب- دالة قوس الجيب

1- خاصية و تعريف

الدالة $x \rightarrow \sin x$ تقابل من $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ نحو $[-1; 1]$ و تقابلها العكسي يسمى دالة قوس الظل و يرمز لها بـ \arcsin

$$\forall x \in [-1; 1] \quad ; \quad \forall y \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \quad \arcsin x = y \Leftrightarrow x = \sin y$$

2- نتائج

* - الدالة $x \rightarrow \arcsin x$ متصلة على $[-1; 1]$ و فردية

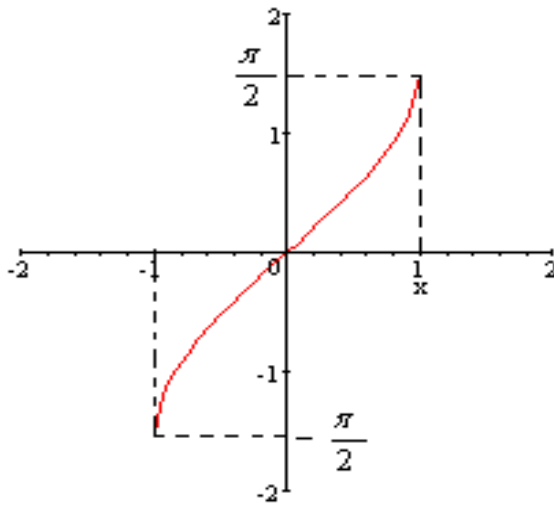
$$\forall x \in [-1; 1] \quad \sin(\arcsin x) = x$$

$$\forall x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \quad \arcsin(\sin x) = x$$

$$\forall (x_1; x_2) \in [-1; 1]^2 \quad \arcsin x_1 = \arcsin x_2 \Leftrightarrow x_1 = x_2$$

$$\forall (x_1; x_2) \in [-1; 1]^2 \quad \arcsin x_1 < \arcsin x_2 \Leftrightarrow x_1 < x_2$$

3- التمثيل المبراني لدالة قوس الجيب



ج- دالة قوس جيب التمام

1- خاصية و تعريف

الدالة $x \rightarrow \cos x$ تقابل من $[0; \pi]$ نحو $[-1; 1]$ و تقابلها العكسي يسمى دالة قوس الظل و يرمز لها بـ \arccos

$$\forall x \in [-1; 1] \quad ; \quad \forall y \in [0; \pi] \quad \arccos x = y \Leftrightarrow x = \cos y$$

2- نتائج

* - الدالة $x \rightarrow \arccos x$ متصلة على $[-1; 1]$

$$\forall x \in [-1; 1] \quad \cos(\arccos x) = x$$

$$[0; \pi] \forall x \in \quad \arccos(\cos x) = x$$

$$\forall x \in [-1; 1] \quad \arccos(-x) = \pi - \arccos x$$

$$\forall (x_1; x_2) \in [-1; 1]^2 \quad \arccos x_1 = \arccos x_2 \Leftrightarrow x_1 = x_2$$

$$\forall (x_1; x_2) \in [-1; 1]^2 \quad \arccos x_1 < \arccos x_2 \Leftrightarrow x_1 < x_2$$

3-

